

# Alocação eficiente entre ativos de renda variável, Brasil, 2014

Efficient allocation between income assets variable, Brazil, 2014

**Werllin Antonio Silva\***

UFSJ, Brasil  
werllinsilva@gmail.com

**Sérgio Magno Mendes\***

UFSJ, Brasil  
sergio.mendes@ufs.edu.br

**Aline Cristina Cruz\***

UFSJ, Brasil  
alinecruz@ufs.edu.br

---

**Resumo.** Este estudo se propõe a determinar a alocação eficiente de ativos de renda variável no Brasil, em 2014. Diante disso, o suporte teórico usado refere-se à Teoria do Portfólio de Markowitz (1952) e ao Modelo de Índices Múltiplos Ortogonalizados (Soderlind, 2014). Como método, mensura-se o retorno de todos os ativos de renda variável no período analisado, selecionando-se os mais rentáveis e de maior liquidez para compor a carteira ótima. Os ganhos desta carteira foram, então, confrontados com os retornos de outros ativos de renda fixa. Entre os resultados, observa-se que a composição da carteira eficiente é formada por cinco ativos de empresas de diferentes setores: Tractebel, Banco do Brasil, Souza Cruz, Braskem e Sabesp, cuja composição deve respeitar a seguinte proporção: 34,5%; 10,4%; 42%; 1,8% e 11,3%, respectivamente. Constatou-se ainda que o retorno obtido pela carteira é significativamente superior ao obtido pelos títulos de renda fixa.

**Palavras-chave:** Markowitz, Teoria do Portfólio, Modelo de Índices Múltiplos, Carteira ótima, Ativos de renda variável.

**Abstract.** This study aims to determine the efficient allocation of variable income assets, in Brazil 2014. Before that, the theoretical support used refers to the theory of Markowitz Portfolio (1952) and the Multiple Orthogonalized Indexes Model (Soderlind, 2014). As a method, measures to the return of all fixed income assets in the analyzed period, selecting the most profitable and most liquid to compose the optimal portfolio. To this end, the portfolio gains were then faced with the returns of other fixed income assets. The results found, it is observed that the composition of efficient portfolio consists of five stocks from different sectors companies: Tractebel, Bank of Brazil, Souza Cruz, Braskem and Sabesp, the composition of which must comply with the following ratio: 34.5%; 10.4%; 42%; 1.8% and 11.3%, respectively. It was noted that the return obtained by the portfolio is significantly higher than that obtained by fixed income assets.

**Keywords:** Markowitz, Portfolio Theory, Model Multiple Indexes, Optimal portfolio, variable income Assets.

---

\* Universidade Federal de São João del-Rei. Praça Frei Orlando, n. 170, Centro, 36307-352, São João del-Rei, MG, Brasil.

---

## Introdução

Para que as pessoas tenham significativa qualidade de vida, é fundamental, entre outras coisas, que possam adquirir os bens e serviços necessários para satisfazer suas necessidades humanas. Para isto, necessitam possuir renda, seja esta oriunda do trabalho, do capital, do juro ou do aluguel (Samuelson, 1975). Quanto maior a renda disponível, maior a capacidade do agente de adquirir bens e serviços, bem como de poupar para garantir o consumo futuro e, conseqüentemente, melhorar a qualidade de vida presente e futura. Além da renda disponível, outro fator que afeta a parcela da poupança e, assim, o consumo presente, é a elasticidade substituição entre consumo presente e futuro.

De fato, os agentes buscam, assim, maximizar a utilidade presente e futura, alocando a renda disponível da melhor maneira possível e poupando determinada parcela. Esta parcela poupada é, então, aplicada em ativos remunerados que podem garantir maiores níveis de consumo futuro. Dessa forma, é necessário ter conhecimentos sobre a alocação eficiente da riqueza, por meio de ativos passíveis de maiores ganhos. Esta alocação pode ser obtida pela compra de bens, tais como imóveis, terrenos, ouro e outros ativos tangíveis, bem como no setor financeiro, pela aquisição de títulos públicos ou privados, podendo estes ativos financeiros terem rentabilidade ou renda fixa ou variável.

Os ativos de renda fixa têm a remuneração previamente definida, podendo ser pré-fixados ou pós-fixados. Neste caso, o investidor sabe, de antemão, o valor a ser remunerado ou o índice de correção do valor nominal de sua aplicação. É importante salientar, ainda, que os agentes buscam o ganho real, isto é, descontando-se a inflação acumulada no período da aplicação. Já os ativos de renda variável não são passíveis de previsão do retorno pelo investidor, pois dependem do comportamento de outras variáveis no tempo (Pinheiro, 2008).

Uma das mais significativas dificuldades encontradas pelos

investidores, que optam por aplicarem em ativos de renda variável, pode ser a identificação das formas de redução do risco da carteira de investimentos. Esta carteira é definida como o conjunto de ativos alocados que permitem a diversificação, visando à redução do risco e da volatilidade do patrimônio, bem como auferir o maior retorno real possível (Markowitz, 1952). De posse da carteira, os investidores procuram, assim, alocar sua riqueza em ativos de maiores rentabilidades e de menores riscos. Porém, identificar ativos com essas características não é tarefa fácil, pois, na medida em que o retorno do investimento aumenta, o risco também tende a elevar o *trade off* risco-retorno (Assaf N., 2011). Portanto, o investidor tem o conflito de escolhas: investir em ativos mais rentáveis, porém, de maior risco ou nos de baixo retorno, todavia, de menor risco. Sabendo-se que os ativos de renda variável tendem a ter maior incerteza, pois são afetados por choques exógenos e não têm a remuneração previamente acertada ou atrelada a índices econômicos, os agentes procuram alocar parcela da riqueza nestes ativos como tentativa de alavancar ganhos. Assim, uma das maiores dificuldades encontradas é a composição da carteira de investimentos em ativos de renda variável e que proporcionem o maior retorno com o menor risco possível.

Neste sentido, este estudo se propõe a determinar a alocação eficiente de ativos de renda variável no Brasil, em 2014. O período analisado é de janeiro de 2003 a outubro de 2014, como forma de verificar a liquidez de todos os ativos listados na Bolsa de Valores brasileira. Além disto, pretende-se mensurar o retorno de ativos de renda variável em função da rentabilidade e liquidez, no período analisado. Finalmente, busca-se comparar a rentabilidade da carteira eficiente proposta com o retorno acumulado de ativos de renda fixa em 12 meses, até 2015. No que se refere à estrutura, o estudo possui, além desta introdução, o referencial teórico, a metodologia, seguidos dos resultados e discussão e das conclusões finais.

## Referencial teórico

De forma a dar embasamento teórico à discussão aqui feita, cabe remeter à Teoria do Portfólio, proposta por Markowitz (1952), a qual buscou introduzir o conceito de variância como medida de risco. Segundo o autor, é possível obter retornos iguais com menores riscos quando se deixa de investir em única opção e passa-se à escolha da carteira balanceada de investimentos. Este trabalho trata-se de estudo que contribuiu para o processo de seleção de carteiras de ativos eficientes com conclusões voltadas à redução do risco e maximização do lucro, por meio da diversificação adequada de ativos.

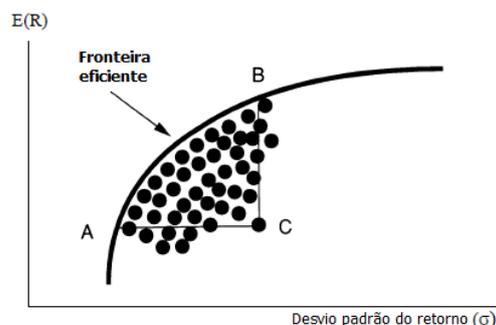
Além de Markowitz, outro importante autor na área de Finanças é Sharpe (1963), o qual mostrou que o retorno esperado do ativo pode ser determinado a partir da relação entre o desempenho do ativo livre de risco e o desempenho do portfólio. Em suma, em seu *Capital Assets Pricing Model* (CAPM) ou Modelo de Precificação de Ativos Financeiros, buscou-se a combinação ótima de ativos de risco, na qual a proporção de cada ativo na carteira é baseada na participação deste no retorno de mercado. Assim, se determinado ativo representa 5% de todos os ativos de risco, o portfólio deve conter 5% deste ativo (Penteado; Famá, 2002). Ademais, a equação do CAPM é dada por:

$$R_n = R_f + \beta(R_m - R_f) \quad (1)$$

em que  $R_n$  é o retorno esperado do ativo;  $R_m$ , retorno de mercado;  $R_f$ , retorno do ativo livre de risco e  $\beta^1$ , o índice de correlação entre os retornos do ativo.

De forma complementar, analisando-se a Figura 1, observa-se a relação risco/retorno na composição da carteira de investimentos e a fronteira eficiente. Esta eficiência está ligada à minimização do risco para dada taxa de retorno ou ainda a maximização desta taxa, para dado nível de risco. Desse modo, esta fronteira constitui

as melhores combinações de risco/retorno que o investidor pode obter (pontos sobre o arco AB). Observe que, na avaliação da carteira C, percebe-se que esta não é alocação eficiente, dado que existem outras combinações de ativos que propiciam mesmo retorno ou até maior com menores riscos (Reilly; Brown, 1997).



**Figura 1.** Binômio risco/retorno e a fronteira eficiente de uma carteira de investimentos.  
**Figure 1.** Risk/return binomial and the efficient frontier of an investment portfolio.  
 Fonte: Reilly e Brown (1997).

Em sua diversificação, Markowitz (1952) procurou relacionar o grau de correlação entre os retornos dos ativos e combinar ativos, de modo a permitir a composição da carteira com baixo desvio padrão. Segundo seu método, a variância da carteira equivale à soma das variâncias individuais de cada ação e das covariâncias entre os pares, levando-se em conta o peso de cada ativo na composição da carteira (Gonçalves *et al.*, 2002).

A respeito disso, Souza e Bignotto (1999) afirmaram que a Teoria do Portfólio de Markowitz vai ao encontro da maximização do retorno esperado com o risco envolvido que o investidor está disposto a aceitar. Para Damodaran (2010), as análises de diversos fatores econômicos, culturais, sociais e de desenvolvimento tecnológico contribuem para determinação do grau de risco, tornando-o a combinação entre a ameaça e a oportunidade. Neste sentido, as informações oportunas de melhor qualidade, juntamente com ferramentas, simulações e análise de cenários, são aspectos essenciais para a identificação e a avaliação adequadas do risco.

Para avaliar o risco existente em cada investimento de forma autônoma, o autor

<sup>1</sup> A equação do índice Beta é:  $\beta = \frac{\text{cov}(R_n, R_m)}{\sigma_m^2}$ , em que  $\sigma_m^2$  é a variância do portfólio de mercado.

mostra que Markowitz (1952) propôs a utilização da variância, medida de dispersão em torno do valor esperado de cada opção de investimento. Sobre isso, Souza e Bignotto (1999) atentaram para o fato de que o mercado de capitais tem utilizado, com maior frequência, o desvio padrão como medida de risco pelo fato de estar na mesma unidade de medida dos ativos e mostrar a mesma variabilidade dos dados. Hill (2014) contribuiu com a temática ao explicar que, mesmo sem o auxílio da informática, Markowitz mostrou que o investidor racional procura obter a carteira eficiente por meio da introdução de novos investimentos existentes.

Já, na abordagem de Renner (2014), quanto maior a volatilidade do ativo, maior o seu risco, dado que o risco da carteira está diretamente relacionado à variância do seu rendimento no decorrer do tempo. Cabe dizer que este risco pode ser classificado em sistemático e não sistemático. Especificamente, o risco sistemático (ou de mercado) não pode ser eliminado pela diversificação da carteira e, assim, tende a afetar todas as empresas e investimentos. Entre os principais exemplos deste tipo de risco podem-se citar os cenários ligados à guerra, inflação, recessão, entre outros. Já o risco não sistemático (ou diversificável) é aquele específico de cada ativo relacionado, por sua vez, diretamente ao seu comportamento e podendo ser eliminado pela diversificação de investimentos (Renner, 2014).

No que se refere à condição para a diversificação do portfólio, Dias (2014) propôs que este seja composto de investimentos com variações de retorno semelhantes, mediante determinadas oscilações. O autor recomendou a análise da covariância de cada opção de investimento, de forma a verificar o nível de relação entre os pares. Para tal, tem-se a equação 2, que mostra como é realizado este procedimento, utilizando-se a Matriz  $\sigma_{n \times n}$ , matriz de variância e covariância (VarCov) do portfólio e expressa como:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

em que  $\sigma_{ij}$  é a covariância entre o par de ativos para todo  $i$  diferente de  $j$ ; a variância, se  $i$  é igual a  $j$  e  $x_i$  e  $x_j$  representam, respectivamente, os pesos dos ativos  $i$  e  $j$  na carteira.

Cabe destacar que o autor mostra que, em Markowitz (1952), buscou-se minimizar o risco existente do portfólio, sujeito a restrição. Este problema de minimização condicionada visa garantir o retorno mínimo esperado equivalente ao de único ativo da carteira analisada. Assim, tem-se a expressão:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{i=1}^n r_i x_i \geq R \end{aligned} \quad (3)$$

em que  $R$  é o retorno mínimo esperado para o portfólio;  $r_i$ , rentabilidade esperada do ativo  $i$ ;  $\sigma_{ij}$ , covariância entre o par de ativos para todo  $i$  diferente de  $j$  e  $x_i$ , peso do ativo  $i$  na carteira de investimento. Sendo o retorno total da carteira igual à unidade (100%), tem-se a equação (4) dada por:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad 0 < x_i < 1, \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

em que o retorno máximo esperado para o ativo  $i$  é igual a 1.

Por fim, Gonçalves *et al.* (2002) mostra que, em Markowitz (1952), a variância da carteira depende da covariância entre os pares de ativos, a qual depende, por sua vez, da correlação entre os ativos. Isso equivale a dizer que, quando dois ou mais ativos relacionados compõem a carteira de investimentos, obtêm-se menor risco e maior retorno do que ao se considerar a média ponderada dos riscos individuais.

## Metodologia

### Método

Diante dos objetivos propostos, o presente estudo propõe-se à identificação do comportamento de 459 ativos, no período de 1986 a 2014, listados na Bolsa de Valores nacional, cujas informações foram

obtidas junto ao banco de dados da empresa Economática. Especificamente, o primeiro procedimento adotado é a exclusão de ativos sem liquidez, dado que não foram negociados em todos os pregões da Bolsa de Mercadorias e Futuros Bovespa (BMF&BOVESPA). Este procedimento visou eliminar da carteira ótima os ativos que apresentaram baixa liquidez, o que levou à definição do período analisado como sendo de janeiro de 2003 a outubro de 2014. É importante destacar que o procedimento, uma vez que a carteira desejável deve ter alta liquidez, de forma que o investidor possa negociá-la a qualquer momento. Após este procedimento, restaram trinta ativos de alto grau de liquidez, cujas taxas de retorno acumuladas no período foram calculadas.

A partir dos valores de tais taxas, selecionaram-se cinco ativos de maior retorno médio para compor a carteira de ativos a ser analisada. Ademais, para evitar o problema de autocorrelação, optou-se pela seleção dos ativos de maiores retornos em diferentes setores da economia, pois empresas do mesmo setor são atingidas de forma semelhante por choques exógenos. Este procedimento é importante para minimizar o risco não sistemático, específico de cada ativo. A partir disto, foram selecionados os cinco ativos de maiores taxas de crescimento, no período analisado e de diferentes setores da economia. Vale dizer que os setores examinados apresentam expressiva importância para a economia brasileira pelo significativo efeito potencial no crescimento do PIB, a saber: setores de Energia, Financeiro, Comercial, Químico e Saneamento Urbano.

De maneira complementar, para adicionar mais informações relevantes ao modelo, acrescentaram-se os índices financeiros. Destaca-se que este método é importante, pois tais índices captam os efeitos exógenos ao mercado de capitais, todavia, podem afetar a rentabilidade dos ativos de renda variável. Por fim, de posse da base de dados, prosseguiu-se à análise de regressão a partir do método de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO), cuja premissa é minimizar a Soma dos

Quadrados dos Resíduos (SQR) e, conforme previsto, estimar a Matriz de Variância e Covariância – VarCov.

Diante da impossibilidade da estimativa da Função de Regressão Populacional (FRP), procedeu-se à estimação da função de regressão amostral (FRA), que poder ser expressa da seguinte forma:

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_i + \hat{u}_i \quad (5)$$

Segundo Gujarati (2011), o modelo de regressão linear clássico pressupõe que os resíduos sejam normalmente distribuídos, com esperança igual a zero e a variância constante e igual a  $\sigma^2$ . Se os resíduos têm distribuição normal, os estimadores do MQO são não viesados e, neste caso, eficientes e de variância mínima (consistentes). Já se a variância dos resíduos não é constante, tem-se o problema da heterocedasticidade, uma violação das premissas básicas do MQO, embora passível de correção, a partir do uso da Matriz de White (Maddala, 2003). Outra violação a ser evitada é a multicolinearidade, violação que, segundo Maddala (2003), refere-se ao caso em que as variáveis explicativas do modelo de regressão são altamente intercorrelacionadas. Tal evidência torna os erros padrões dos coeficientes estimados elevados. Por último, outro problema passível de ocorrência é a autocorrelação dos resíduos, cuja identificação pode ser feita via teste de Durbin-Watson (DW), definido como entrave à estimação não viesada, presente normalmente nos termos dos resíduos de séries temporais e em dados do tipo *cross-section*. Em suma, sendo os pressupostos adotados nos resíduos da regressão não válidos, os parâmetros não são confiáveis e o modelo pode não expressar a realidade populacional (Maddala, 2003).

Além das informações contidas nas séries dos ativos a serem avaliados, na área de Finanças, é importante adicionar informações exógenas que captam o comportamento de diversos setores da economia e, com isto, podem afetar a rentabilidade da carteira. Neste sentido, podem-se acrescentar índices

macroeconômicos e setoriais, com o objetivo de aumentar o nível de informações. Porém, estes índices, normalmente, apresentam o problema da multicolinearidade, já que choques exógenos ocorridos afetam todo o setor financeiro de forma semelhante. Para contornar este problema, pode-se recorrer à transformação dos índices, por meio de sua rotação, tornando-os ortogonais. Este procedimento visa eliminar a correlação existente entre os resíduos das regressões, obtidas a partir destes índices.

Há diversas técnicas para operacionalizar a ortogonalização dos resíduos e, neste trabalho, optou-se pelo Modelo de Índices Múltiplos. A escolha deve-se à sua simplicidade, à facilidade na interpretação dos resultados e à possibilidade de análise direta na seleção dos ativos da carteira (Soderlind, 2014). Seguindo esta técnica, em primeiro lugar, toma-se um dos índices em sua forma original e fixa-se como o primeiro índice transformado ( $I_1^*$ ). Assim, tem-se:

$$I_1 = I_1^* \quad (6)$$

O segundo índice transformado é obtido regredindo-se o segundo índice original contra o primeiro transformado. Feita a regressão, toma-se o seu resíduo como o segundo índice transformado. Note que, deste modo, não existe correlação entre o primeiro e segundo índices transformados. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} I_2^* &= \gamma_0 + \gamma_1 I_1 + \varepsilon_2 \\ I_2 &= \hat{\varepsilon}_2 \end{aligned} \quad (7)$$

em que  $\gamma$  são parâmetros do modelo.

A partir daí o terceiro e os demais índices transformados são obtidos de forma recorrente. Assim, o  $k$ -ésimo ( $s$ ) índice podem ser obtidos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} I_k^* &= \gamma_{k-1} + \sum_{s=1}^{k-1} \gamma_{ks} I_s + \varepsilon_k \\ I_k &= \hat{\varepsilon}_k \end{aligned} \quad (8)$$

Após este procedimento, os  $k$ -ésimos índices são, então, não correlacionados e

sua matriz Var-Cov, em termos matriciais, é dada por:

$$\text{cov}(R) = \sum_{k=1}^K b_k b_k' \text{var}(I_k) + \Sigma \quad (9)$$

Tendo-se a série de ativos candidatos a compor carteira ótima e as informações de variáveis exógenas obtidas pelos índices não correlacionados, a proposta é identificar a composição da carteira que a torne eficiente. Sobre isso, Soderlind (2014) argumentou que os pesos dos fatores podem ser utilizados na escolha da carteira, pois os  $\beta_s$  (equação 9) resumem como diferentes ativos estão expostos aos fatores de risco e retorno. Este fato ajuda na compreensão das características da carteira.

Já Zivot (2015) indicou que, dada a riqueza do investidor, há possibilidades de sua alocação de diversas maneiras entre vários ativos. Sendo  $A$  e  $B$ , dois ativos diferentes, e  $X_i$  a parcela da riqueza investida no ativo  $i$  ( $i = A, B$ ), considerando-se que toda riqueza é gasta nos dois ativos, o retorno da carteira é dado por:

$$R_p = x_A R_A + x_B R_B \quad (10)$$

em que  $R_p$  é o retorno da carteira e é normalmente distribuído, uma vez que os ativos também têm distribuição normal;  $x$ , parcela investida em cada ativo;  $R$ , retorno de cada ativo e  $A$  e  $B$ , ativos selecionados.

O retorno da carteira apresenta-se como variável aleatória, cuja distribuição de probabilidade depende das distribuições dos ativos desta carteira. Utilizando-se os resultados relativos às combinações lineares de variáveis aleatórias, tem-se que:

$$\mu_p = E[R_p] = x_A \mu_A + x_B \mu_B \quad (11)$$

$$\sigma_p^2 = \text{var}(R_p) = x_A^2 \sigma_A^2 + x_B^2 \sigma_B^2 + 2 x_A x_B \sigma_{AB} \quad (12)$$

em que  $\mu_p$  é o valor esperado do retorno da carteira;  $x_i$ , ativo ( $i = A; B$ );  $\sigma_p^2$ , variância do retorno da carteira ( $p = A; B$ ) e  $\sigma_{AB}$  mede a covariância entre os ativos  $A$  e  $B$ .

Para a construção da carteira eficiente, Zivot (2015) mencionou a suposição de que os retornos são normalmente distribuídos, se analisados conjuntamente, o que leva ao

fato de que médias, variâncias e covariâncias dos retornos caracterizam a distribuição conjunta destes. Assim, os investidores tendem a somente se preocupar com o retorno esperado da carteira e com a sua variância. Neste sentido, o investidor prefere possuir a carteira com alta expectativa de retorno, em detrimento da carteira alta variância de retorno. Para o autor, o problema do investidor pode ser visto de dois modos distintos. O primeiro é identificar a carteira que maximiza o retorno esperado, para dado nível de risco. Ainda com dois ativos, o problema de maximização condicionada do retorno da carteira eficiente é dado, em termos matriciais, por:

$$\begin{aligned} \max_{x_A, x_B} R_{p,x} &= x_A R_A + x_B R_B \\ \text{s.a.} \quad &\begin{cases} \sigma_{p,0}^2 = \sigma_{p,x}^2 \\ \sigma_{p,0}^2 = x_A^2 \sigma_A^2 + x_B^2 \sigma_B^2 + 2 x_A x_B \sigma_{AB} \\ 1 = x_A + x_B \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

em que  $R_{p,x}$  é o retorno da carteira com ativos A e B na proporção p ( $p = A, B$ ) e as restrições da maximização são dadas por  $\sigma^2$ , definida como a variância da carteira (a mesma dos ativos), além do fato de que o somatório dos ativos é igual a 100% ( $x_A + x_B$ ).

O segundo obstáculo para o investidor é definir a carteira na curva de eficiência, que minimize a variância (risco), para dado retorno esperado. Para Zivot (2015), a minimização do risco é de mais fácil resolução e a carteira eficiente é aquela com maior retorno esperado, a dado nível de risco. Este problema de minimização condicionada, em termos matriciais, é dado por:

$$\begin{aligned} \min_x \sigma_{p,x}^2 &= x' \Sigma x \\ \text{s.a.} \quad &\begin{cases} \mu_{p,x} = x' \mu \\ 1 = x' 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

em que  $\sigma^2$  é a variância da mesma carteira anterior;  $\mu$ , esperança dos retornos da carteira e, novamente, o somatório dos ativos é igual a 100%. O retorno desta carteira ( $R_{p,x}$ ), agora com três ativos (A, B e C), em notação matricial, é dado por:

$$R_{p,x} = x' R = (x_A, x_B, x_C) \cdot \begin{pmatrix} R_A \\ R_B \\ R_C \end{pmatrix} = x_A R_A + x_B R_B + x_C R_C \quad (15)$$

em que  $x$  é o peso de cada ativo na composição da carteira.

Similarmente, o valor esperado do retorno desta carteira ( $\mu$ ) é dado por:

$$\mu_{p,x} = E[x' R] = x' E(R) = x' \mu = (x_A, x_B, x_C) \cdot \begin{pmatrix} \mu_A \\ \mu_B \\ \mu_C \end{pmatrix} = x_A \mu_A + x_B \mu_B + x_C \mu_C \quad (16)$$

Já a variância ( $\sigma^2$ ) desta carteira é dada por:

$$\begin{aligned} \sigma_{p,x}^2 = \text{var}(x' R) &= x' \Sigma x = (x_A, x_B, x_C) \cdot \begin{pmatrix} \sigma_A^2 & \sigma_{AB} & \sigma_{AC} \\ \sigma_{AB} & \sigma_B^2 & \sigma_{BC} \\ \sigma_{AC} & \sigma_{BC} & \sigma_C^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \end{pmatrix} \\ &= x_A^2 \sigma_A^2 + x_B^2 \sigma_B^2 + x_C^2 \sigma_C^2 + 2 x_A x_B \sigma_{AB} + 2 x_A x_C \sigma_{AC} + 2 x_B x_C \sigma_{BC} \end{aligned} \quad (17)$$

Finalmente, a condição dos pesos dos ativos na carteira, que é igual a 100%, é dada por:

$$x' 1 = (x_A, x_B, x_C) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = x_A + x_B + x_C = 1 \quad (18)$$

A condição de primeira ordem para minimizar (14), com 3 parâmetros desconhecidos é dada pela multiplicação da matriz Var-Cov com restrições pelo vetor-coluna composto pelo peso de cada ativo na carteira e a variância ( $\lambda$ ). Assim, tem-se:

$$\begin{pmatrix} 2\sigma_A^2 & 2\sigma_{AB} & 2\sigma_{AC} & \mu_A & 1 \\ 2\sigma_{AB} & 2\sigma_B^2 & 2\sigma_{BC} & \mu_B & 1 \\ 2\sigma_{AC} & 2\sigma_{BC} & 2\sigma_C^2 & \mu_C & 1 \\ \mu_A & \mu_B & \mu_C & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_A \\ x_B \\ x_C \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \mu_{p,x} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

Neste caso, a solução é dada por:

$$z_x = A^{-1} b_0 \quad (20)$$

Os três primeiros elementos de  $z_x$  são os pesos da carteira  $x = (x_A, x_B, x_C)$  para a carteira eficiente, com retorno esperado  $\mu_{p,x} = \mu_{p,0}$  e o desvio padrão  $\sigma_{p,x}$ .

### Fonte e tratamento dos dados

Os dados utilizados são secundários e referem-se às cotações diárias das ações de empresas de capital aberto, listadas na BMF&BOVESPA e obtidos junto à base de dados da Economática (2014). Os índices utilizados são dos Mercados Financeiros, sendo Ibovespa, SELIC, IBC-BR, IGP-DI e IMA-Geral. A seguir, tem-se o detalhamento da forma de obtenção e construção da base de dados:

- Índice Ibovespa - obtido na BMF&BOVESPA (2015) e refere-se ao fechamento da cotação mensal;
- Taxa de juro básica da economia brasileira (SELIC) e Índice de Atividade Econômica do Banco Central (IBC-BR) - obtidos via Banco Central do Brasil (BACEN, 2015);
- Índice Ibovespa e taxa SELIC - sendo cotados diariamente, considerou-se o valor do último dia útil de cada mês no período analisado;
- Índice Geral de Preços Disponibilidade Interna (IGP-DI) - dados mensais calculados pela Fundação Getúlio Vargas (FGV) - obtido junto ao Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada - IPEA (2015);
- Índice de Mercado ANBIMA (IMA-Geral) - composto pelos índices IMA-B, IMA-C, IRF-M e IMA-S, os quais são indexados ao IPCA, IGP-M, Notas e Letras do Tesouro Nacional e taxa SELIC, respectivamente. Foi obtido junto à Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais - ANBIMA (2015). Ademais, por se tratar de dados diários, também se considerou o índice do último dia útil para cada mês.

### Análise e discussão dos resultados

Nesta seção, discutem-se os resultados obtidos via metodologia apresentada na seção anterior. Primeiramente, é importante frisar que, após a eliminação dos ativos de baixa liquidez, verificou-se a taxa de retorno médio dos ativos remanescentes.

De posse destes dados, chama a atenção no estudo o fato de que as ações de empresas tradicionais do mercado brasileiro, tais como Petrobrás e Vale, não se situarem entre aquelas de maiores valorizações. Este fato pode ser explicado, em parte, pela depreciação dos preços internacionais das commodities, tais como petróleo, aço, minério de ferro, entre outros, além dos problemas internos da empresa Petrobras. Cabe ressaltar, ainda, a crise mundial de 2008 e de endividamento da Europa em 2010, as quais afetaram o Balanço de Pagamento (BP) de determinados países e, com isto, reduziram o nível de transações no comércio internacional. Assim, analisando-se as trintas empresas com as maiores taxas de crescimento de preços dos ativos, as ações PN e ON da Petrobras ocuparam as posições 24<sup>o</sup> e 26<sup>o</sup> no ranking, respectivamente. Já as ações de Vale, ON e PN ocuparam as posições 22<sup>o</sup> e 23<sup>o</sup>, respectivamente.

A seguir, a Tabela 1 mostra os ativos selecionados e suas taxas de crescimento médio mensal no período analisado, além de dados do setor no qual a empresa atua e seus códigos na Bolsa de Valores.

**Tabela 1.** Ativos de maiores rentabilidades média utilizados na composição da carteira eficiente, Brasil, 2003-2014.

**Table 1.** Assets with the highest average returns in the composition of the efficient portfolio, Brazil, 2003-2014.

Empresa	Código da ação	Crescimento mensal médio (%)	Setor atuação
Tractebel	TBLE3	2,19	Energia elétrica
Banco Brasil	BBAS3	2,09	Financeiro
Souza Cruz	CRUZ3	1,76	Comércio
Braskem	BRKM5	1,59	Indústria química
Sabesp	SBSP3	1,58	Saneamento básico

Fonte: Resultados da pesquisa.

Primeiramente, nota-se que a ação da empresa Tractebel Energia S.A. apresentou a maior taxa de crescimento médio igual a 2,19% a.m. Trata-se de empresa atuante no setor de geração de energia elétrica e maior geradora privada de energia do Brasil, com capacidade instalada de 7.027,2 MW. Ademais, este valor equivale, atualmente, a

aproximadamente 6% do total de energia produzida no Brasil (Tractebel Energia, 2015).

Já o ativo que apresentou a segunda maior taxa de crescimento médio é o Banco do Brasil S.A. (2,09% a.m.). Trata-se de empresa de capital misto do setor financeiro, cujo sócio majoritário é o Governo Federal (participação de 57,9% das ações), sendo o restante pulverizado na Bolsa de Valores. A empresa possui o *market-share* de 23,9% do mercado financeiro brasileiro e conta com mais de cinco mil agências bancárias no Brasil e está presente em 24 países (Banco do Brasil, 2015).

O terceiro ativo escolhido, em função da valorização no período para a composição do portfólio, é a empresa Souza Cruz S.A., cuja taxa de crescimento médio é de 1,76% a.m., no período analisado. A empresa é produtora de cigarros e tabaco e configura-se líder do mercado brasileiro de fumo. A Souza Cruz S. A. detém o *market-share* de 78,4% do mercado de fumo e possui seis das dez marcas de cigarros mais vendidas no Brasil, além de estar presente em mais de 40 países (Souza Cruz, 2015).

Já a ação da empresa Braskem S.A. apresentou taxa de crescimento médio de 1,59% a.m., no período analisado. A empresa possui o portfólio de produção diversificado, entre os quais pode-se citar os itens dos setores químico e petroquímico utilizados como insumos por empresas de diversos setores da economia brasileira. Ademais, apresenta-se como líder mundial na produção de biopolímeros<sup>2</sup>, possui 36 unidades industriais em todo o mundo e seus produtos estão presentes em mais de setenta países (Braskem, 2015).

Por fim, tem-se a empresa Sabesp S.A., quinto ativo escolhido e de taxa de crescimento médio de 1,58%. Sua estrutura é de empresa de economia mista, sendo responsável pelo fornecimento de água potável e da coleta e tratamento de esgotos sanitários de 364 municípios do estado de

São Paulo. Cabe dizer que é considerada uma das maiores empresas de saneamento do mundo, no critério de população atendida (Sabesp, 2015).

Prosseguindo a análise, a seguir, a Figura 2 mostra a variação do preço dos ativos selecionados. Percebe-se que todos os ativos apresentaram expressiva valorização ao longo do tempo, exceção no período da crise de 2008, durante o qual todos os ativos apresentaram redução na taxa de crescimento. Este fato pode ser explicado, em parte, pela desaceleração da taxa de crescimento da economia mundial e do Brasil, além das evidências de baixa liquidez mundial. Ressalta-se que o preço médio de cada ativo analisado passou de, aproximadamente, R\$2,00, em dezembro de 2002, para próximo de R\$25,00, em dezembro de 2014. Além disso, a taxa de crescimento acumulada destes ativos, no período analisado, é próxima de 1150%.

A expressiva valorização da ação da Braskem obtida em 2004 (Figura 2) é destaque. Entre as justificativas para o fato, pode-se mencionar a criação pela empresa do plástico verde, que é o polietileno originado da cana de açúcar, notícia essa de repercussão internacional e foi veiculada pelas principais mídias mundiais. Já a perda, ocorrida em 2005, pode ser explicada, em parte, pela elevação de preço de seu principal insumo básico: nafta. Este insumo é derivado de petróleo bruto, tendo sua cotação passado de US\$313,00/ton., em 2004, para US\$477,00, em 2005. De fato, como a empresa não realizava operações de *hedge*<sup>3</sup> para se proteger de variações nos preços internacionais deste insumo, de maneira adversa foi expressivamente impactada. Por fim, vale ressaltar a existência de apenas uma fornecedora deste insumo no Brasil, a Petrobras, responsável, por sua vez, por 62,3% deste insumo utilizado no processo produtivo da empresa (Braskem, 2015).

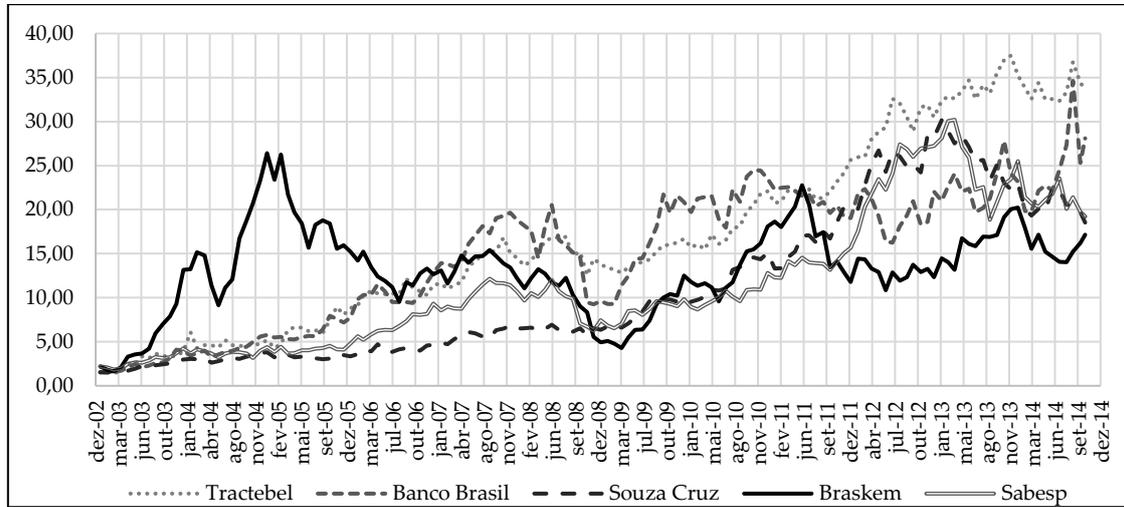
Na próxima etapa, considera-se que, para assegurar a eficiência na composição do portfólio de investimento, como descrito por Soderlind (2014), devem-se acrescentar

<sup>2</sup> Biopolímero ou bioplástico é o plástico que tem as mesmas propriedades do plástico comum, mas que se difere por usar como matéria-prima fontes renováveis, tais como resíduos de soja, amido de arroz, milho e de cana de açúcar (Biomater, 2015).

<sup>3</sup> Hedge é a operação que visa proteção (cobertura, seguro) do ativo contra os riscos das oscilações de preços (Farhi, 1999).

informações exógenas ligadas à conjuntura macroeconômica e financeira. Estas informações são acrescentadas na modelagem por meio de índices, que refletem os efeitos de choques exógenos à

economia. Diante disso, a Tabela 2 detalha informações de estatísticas descritivas de índices e ativos selecionados, no período de 2003 a 2014.



**Figura 2.** Variação do preço de cada ação das empresas selecionadas, de 2003 a 2014.

**Figure 2.** Change of the price of each share of the selected companies, from 2003 to 2014.

Fonte: Resultados da pesquisa.

**Tabela 1.** Estatística descritiva dos índices e dos ativos selecionados, Brasil, 2003/2014.

**Table 2.** Descriptive statistics of selected indices and assets, Brazil, 2003/2014.

Variáveis	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo
SELIC	-0,0057	0,0370	-0,1261	0,0832
IBOVESPA	0,0111	0,0661	-0,2850	0,1446
IMA-Geral	0,0113	0,0086	-0,0192	0,0337
IGP-DI	0,0049	0,0060	-0,0084	0,0215
IBC-BR	0,0032	0,0434	-0,0652	0,1662
TBLE3	0,0218	0,0969	-0,3518	0,4458
BBAS3	0,0205	0,1067	-0,4320	0,2648
CRUZ3	0,0175	0,0722	-0,1970	0,1845
BRKM5	0,0146	0,1303	-0,4076	0,4554
SBSP3	0,0152	0,0908	-0,3365	0,2340

Fonte: Resultados da pesquisa.

Cabe lembrar que os índices utilizados nesta pesquisa são SELIC, IBOVESPA, IMA-Geral, IGP-DI e IBC-BR. Primeiramente, percebe-se que o desvio padrão de alguns ativos é bastante elevado, indicando que tendem a ser mais afetados pelas conjunturas econômicas brasileira e mundial e por outros fatores internos. Se, por um lado, a alta dispersão em torno da média representa alta volatilidade e, portanto, maiores riscos, no mercado de capitais, por outro lado, podem atrair especuladores<sup>4</sup>, os quais, por sua vez, conferem maior liquidez para o mercado.

Já a próxima discussão segue a modelagem de Zivot (2015) de minimização de risco, para dado retorno, que recomenda a utilização dos parâmetros e resíduos da regressão de cada ação como variáveis explicativas da variação dos índices utilizados, bem como a Matriz VarCov para compor a carteira ótima. Porém, antes de se estimar a regressão desses ativos, é necessário testar a existência dos problemas da heterocedasticidade e da autocorrelação, que inviabilizariam o procedimento de MQO.

<sup>4</sup> Especulador, no Mercado de Capitais, é o agente que busca alavancar ganhos com a comercialização de

ativos e não se importando em incorrer em maior nível de risco (Pinheiro, 2008).

Para detectar a presença da heterocedasticidade, utiliza-se o teste de White, cuja hipótese nula ( $H_0$ ) é de não existência de heterocedasticidade. Os resultados dos testes indicam a não aceitação desta hipótese, o que remete à necessidade de outros procedimentos para contornar tal violação. Já o teste de Durbin-Watson analisa o problema da autocorrelação serial dos resíduos, tendo como hipótese nula a ausência de autocorrelação (positiva ou negativa) dos

resíduos. Os resultados da pesquisa (Tabela 3) mostram também a existência de autocorrelação para os resíduos do ativo Tractebel. Já para os ativos Banco do Brasil, Souza Cruz e Sabesp, os resultados do teste indicam a zona de indecisão. Somente para o ativo Braskem, os resultados indicam a ausência de autocorrelação. Novamente, o resultado deste teste indica a necessidade de realização de procedimentos para corrigir a violação da premissa do MQO.

**Tabela 3.** Resultado do teste de Durbin-Watson para as regressões dos ativos selecionados com os índices utilizados, 2003-2014.

**Table 3.** Result of the Durbin-Watson test for the regressions of the selected assets with the indexes used, 2003-2014.

Ação	$d_L$	$d_U$	$4 - d_U$	$4 - d_L$	DW	Resultado
TBLE3	1,651	1,817	2,183	2,349	2,5015	Rejeita $H_0^*$
BBAS3	1,651	1,817	2,183	2,349	2,2644	Zona Indecisão
CRUZ3	1,651	1,817	2,183	2,349	2,2432	Zona Indecisão
BRKM5	1,651	1,817	2,183	2,349	1,9029	Não Rejeita $H_0$
SBSP3	1,651	1,817	2,183	2,349	2,3202	Zona Indecisão

Fonte: Resultados encontrados.

Analisando-se os problemas sugeridos pelos testes de White e DW, é importante proceder às correções de modo a garantir a confiabilidade dos resultados. Para tal, utilizou-se o modelo descrito por Soderlind (2014). Este procedimento permite a rotação dos índices de forma a torná-los ortogonais, assegurando que os novos índices construídos não apresentem correlação serial entre si e que, portanto, choques exógenos tendem a ser absorvidos de maneira diferenciada para cada. Este procedimento foi detalhado no tópico 3 e o índice 1 foi definido como a taxa SELIC. Em seguida, procedeu-se à regressão relacionando o índice IBOVSPA ao Índice 1 e tomou-se o resíduo desta regressão como Índice 2, conforme discutido por Soderlind (2014). Para a obtenção dos demais índices, foram realizadas outras regressões sucessivas tendo como regressores os novos índices construídos, tendo-se como variáveis explicadas os índices IMA-GERAL, IGP-DI e o IBC-BR, respectivamente. Este procedimento assegura a não ocorrência de autocorrelação

serial e viabiliza a utilização do método MQO.

Dito isso, tem-se a Tabela 4, que permite observar os resultados dos coeficientes estimados e obtidos pelas regressões. Estes coeficientes foram utilizados para compor a matriz de coeficientes e são utilizados no cálculo do retorno da carteira.

Após realizar os procedimentos metodológicos descritos pelas equações (16), (17) e (18), obtém-se a matriz que mostra a condição de primeira ordem para minimizar a variância da carteira, para dado retorno como descrito na equação (19). Antes, porém, define-se a taxa de retorno esperada da carteira. Para calcular esta taxa, utilizou-se a taxa de juro básica da economia (SELIC), a qual, em junho de 2015, foi de 13,75%a.a. Em seguida, verificou-se a taxa de inflação acumulada ao longo de doze meses, até maio de 2015, cujo valor é de 8,47%a.a. (BACEN, 2015). Logo, infere-se que a taxa de juro real, obtida em aplicações em títulos públicos, é de 5,28%a.a.

**Tabela 4.** Resultados das regressões de explicação do comportamento da variação dos ativos em função dos índices analisados, Brasil, 2003-2014.**Table 4.** Results of regressions explaining the variation behavior of assets according to the indexes analyzed, Brazil, 2003-2014.

Variável dependente	Variáveis explicativas	Constante	Índice1	Índice2	Índice3	Índice4	Índice5
TBLE3	Coeficientes	0,021	-0,112	0,388	1,404	-0,181	0,353
	Estatística t	2,700	-0,670	3,410	1,520	-0,120	1,610
	p-Valor	0,008	0,502	0,001	0,132	0,904	0,111
BBAS3	Coeficientes	0,018	-0,459	1,308	0,953	-0,039	-0,007
	Estatística t	3,260	-2,780	13,490	1,180	-0,040	-0,050
	p-Valor	0,001	0,006	0,000	0,239	0,965	0,962
CRUZ3	Coeficientes	0,016	-0,333	0,478	1,673	-0,343	-0,173
	Estatística t	2,860	-2,250	5,500	2,480	-0,390	-1,450
	p-Valor	0,005	0,026	0,000	0,014	0,696	0,149
BRKM5	Coeficientes	0,013	-0,322	0,928	-1,946	0,999	0,133
	Estatística t	1,310	-1,160	5,600	-1,760	0,590	0,580
	p-Valor	0,192	0,250	0,000	0,081	0,559	0,562
SBSP3	Coeficientes	0,011	-0,707	0,658	0,341	-0,762	-0,097
	Estatística t	1,630	-3,680	5,560	0,420	-0,760	-0,620
	p-Valor	0,105	0,000	0,000	0,672	0,449	0,537

Fonte: Resultados da pesquisa.

Considerando-se que estes ativos são denominados livres de risco, deve-se acrescentar a parcela de ganho real para outros investimentos que tenham o risco envolvido. Neste sentido, este estudo acrescenta 11,60% sobre o retorno obtido pela SELIC, sendo metade devido ao prêmio de risco de negócio (*Business Premium*) e a outra metade devido ao prêmio de risco financeiro (*Financial Premium*). Assim, a taxa de retorno nominal anual estipulada é de 25,34%a.a. (1,9% a.m.<sup>5</sup>).

A partir das equações (19) e (20), tem-se a composição do portfólio e a variância da carteira eficiente. Para tal, trabalha-se com a Tabela 5 que detalha a composição dos ativos no portfólio de retorno real de 1,31% a.m. (descontando-se a inflação), bem como a variância. Os resultados mostram que, visando a este ganho real, deve-se compor o portfólio com 34,5% do ativo Tractebel; 10,4% do Banco do Brasil; 42,0% de Souza Cruz; 1,8% da Braskem e, finalmente, 11,3% referente à Sabesp. A variância mínima encontrada foi de 0,003 e mostra que esta composição do portfólio se encontra na fronteira de eficiência de menor risco, dado retorno esperado.

<sup>5</sup>Segundo Samanez (2002), a taxa equivalente é dada

$$\text{por: } i_q = \left( (1 + i_t)^{\frac{n_q}{n_t}} - 1 \right) 100, \text{ em que } i_t \text{ é a taxa de juro}$$

conhecida;  $i_q$ , taxa de juro desconhecida;  $n_t$  e  $n_q$ , variável tempo das taxas conhecidas e desconhecidas, respectivamente.

Outros trabalhos realizados nessa área buscaram selecionar carteiras eficientes a partir da Teoria de Markowitz, utilizando em seu método o SOLVER<sup>6</sup>. A exemplo disso cita-se Oliveira (2015), cujo objetivo é a definição da carteira de risco mínimo para determinado retorno. O resultado encontrado é o portfólio composto por quatro ativos, sendo 31% de peso para a Sadia, 23% para Banco do Brasil, 38% para Petrobras e 8% para Marcopolo, tendo retorno esperado de 6%a.m. lado a lado com o risco de 7,4%.

Já Cantú e Menezes (2009) buscaram compor a carteira com quatro ativos, sendo um de renda fixa e três de renda variável. Os resultados apontaram o portfólio composto por 28% da empresa Tractebel; 37% da Vale; 5% da Petrobras e 30% canalizado para a poupança. O retorno esperado encontrado foi de 2%a.m. lado a lado com risco de 5,04%. Cabe ressaltar que este estudo difere dos elaborados por estes autores por utilizar informações exógenas, visando assegurar elementos relevantes de choques exógenos das conjunturas macroeconômica e financeira brasileira e, com isto, aumentar a confiabilidade da eficiência da carteira proposta.

Para avaliar o rendimento da carteira eficiente proposta, analisou-se a rentabilidade acumulada de ativos atrelados à renda fixa, no período de doze

<sup>6</sup> Ferramenta de análise disponível no software Excel.

meses, como mostra a Figura 3. O período analisado é de doze meses, finalizando em junho de 2015, e contempla os títulos de

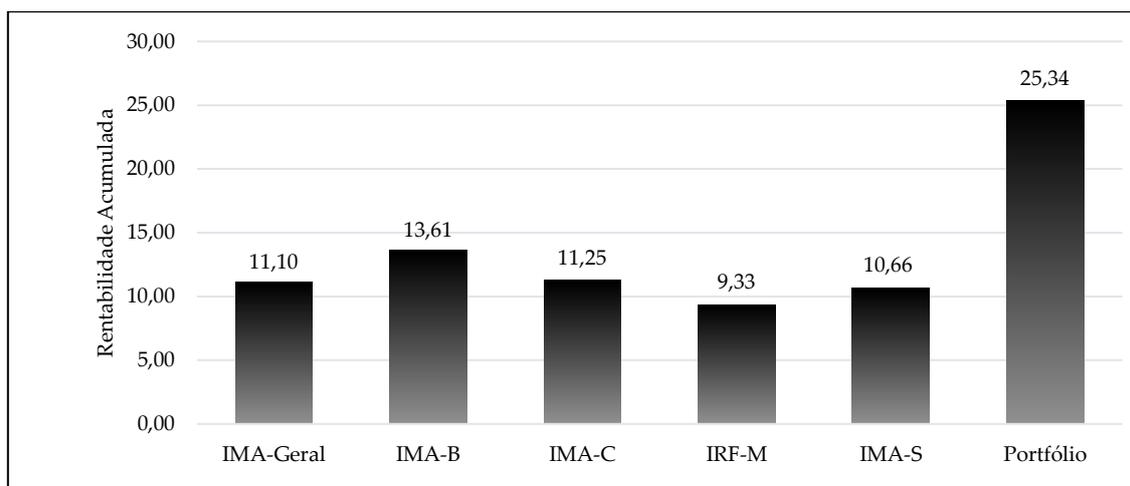
renda fixa (IMA-Geral, IMA-B, IMA-C, IRF-M e IMA-S).

**Tabela 5.** Alocação eficiente de ativos de maiores retornos, Brasil, 2003-2014.

**Table 5.** Efficient allocation of higher return assets, Brazil, 2003-2014.

Vetor resultante	Participação	Ativos	Participação (%)
$X_A$	0,34	Tractebel	34,5
$X_B$	0,10	Banco Brasil	10,4
$X_C$	0,42	Souza Cruz	42,0
$X_D$	0,02	Braskem	1,8
$X_E$	0,11	Sabesp	11,3
$\lambda_1$	-0,45	Total	100,0
$\lambda_2$	0,00	Variação portfólio	0,003

Fonte: Resultados da pesquisa.



**Figura 3.** Rentabilidade acumulada dos índices de mercado da ANBIMA, em 12 meses (final em junho/2015).

**Figure 3.** Accumulated profitability of ANBIMA market indexes in 12 months (end June/2015).

Fonte: Resultados da pesquisa obtidos a partir de dados da ANBIMA (2015).

No período analisado, O IMA-Geral, composto da ponderação das variações dos índices IMA-B, IMA-C, IRF-M e IMA-S, apresentou rentabilidade nominal de 11,1%. O índice IMA-B, cujos títulos são atrelados ao IPCA (NTN-B), apresentou rentabilidade mais elevada em relação ao primeiro ativo citado, no mesmo período, e igual a 13,61%. Já o IMA-C, que é composto por títulos atrelados ao IGP-M (NTN-C), apresentou rentabilidade de 11,25%, enquanto o IRF-M (títulos prefixados LTN e NTN-F) apresentou a menor rentabilidade: 9,33%. Por fim, o IMA-S, que possui títulos atrelados à Taxa SELIC (LFT), revelou

rentabilidade de 11,66%, no mesmo período. Em suma, observa-se que todos estes investimentos apresentaram rentabilidade inferior à carteira eficiente proposta, de rentabilidade igual a 25,34%.

Para aumentar o nível de comparação da carteira eficiente proposta em relação a outros ativos, analisou-se também a rentabilidade nominal dos títulos públicos. Sobre isso, a Tabela 6 apresenta as diversas modalidades de títulos do Tesouro Nacional, com rendimentos pré e pós-fixados, bem como as datas de vencimentos.

**Tabela 6.** Rentabilidade dos títulos do Tesouro em 12 meses – Brasil, 2015\*.**Table 6.** Profitability of Treasury bonds in 12 months – Brazil, 2015.

Títulos	Vencimento	Rentabilidade
Pré-fixados		
Tesouro Prefixado	01/01/2016	9,86
Tesouro Prefixado	01/01/2017	8,21
Tesouro Prefixado	01/01/2018	8,23
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2017	8,71
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2021	8,75
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2023	8,79
Tesouro Prefixado com Juros Semestrais	01/01/2025	9,17
Indexado à Taxa SELIC		
Tesouro SELIC	07/03/2017	11,76
Indexados ao IGP-M		
Tesouro IGPM com juros semestrais	01/07/2017	8,04
Tesouro IGPM com juros semestrais	01/04/2021	8,65
Tesouro IGPM com juros semestrais	01/01/2031	11,74
Indexados ao IPCA		
Tesouro IPCA	15/05/2019	11,43
Tesouro IPCA	15/08/2024	15,48
Tesouro IPCA	15/05/2035	19,55
Tesouro IPCA com Juros Semestrais	15/05/2017	11,61
Tesouro IPCA com Juros Semestrais	15/08/2020	11,96
Tesouro IPCA com Juros Semestrais	15/08/2024	14,19
Tesouro IPCA com Juros Semestrais	15/05/2035	16,03
Tesouro IPCA com Juros Semestrais	15/05/2045	17,07
Tesouro IPCA com Juros Semestrais	15/08/2050	17,75

Fonte: Elaborado pelos autores, a partir de dados do Tesouro Nacional (2015).

Nota: (\*) Posição em 23/06/2015.

Cabe dizer que os títulos pré-fixados caracterizam-se pelo conhecimento prévio do rendimento obtido, ressaltando-se que o investidor deve manter a posse do título até a data do vencimento para obter o ganho total. Caso ele faça a opção pela venda antes do vencimento, recebe ganho proporcional ao tempo de posse deste ativo. Para estes ativos, a rentabilidade nominal anual variou entre 8% e 10%, posição em 23 de junho de 2015.

Os resultados ainda mostram que os títulos pós-fixados (indexados à SELIC) revelaram ganhos de 11,76%, em 12 meses. Os títulos que têm como indexador o IGP-M obtiveram rentabilidade acima de 8%, chegando a 11,74% para os títulos com vencimento em 2031. Por fim, destaca-se que as taxas de rentabilidades mais elevadas estão disponíveis para os títulos indexados ao IPCA, nos quais o rendimento variou entre 11% e 20%.

Após analisar os rendimentos esperados para os títulos de renda fixa (pós e pré-fixados), verificou-se que o retorno esperado da carteira ótima é consideravelmente superior aos títulos de renda fixa e aos livres de risco (Tesouro Nacional). Neste sentido, os investidores, que não são avessos ao risco, podem

alavancar seus ganhos investindo em ativos de renda variável.

### Considerações finais

Diante dos resultados obtidos, cabe aqui destacar as principais conclusões, a partir da utilização da teoria do Portfólio de Markowitz (1952) e do Modelo dos índices Múltiplos ortogonalizados de Soderlind (2014) para compor a carteira eficiente. A primeira abordagem mostrou que a diversificação dos ativos pode melhorar o desempenho da carteira e o investidor pode escolher a melhor opção do *trade off* risco retorno, de acordo com a sua aversão ao risco.

Fica evidente que, para compor a carteira ótima, é importante que todos os ativos tenham liquidez e assim, neste estudo, retira-se aqueles sem negociações na Bolsa de Valores em todo o período analisado. Outro fato importante é a seleção dos ativos candidatos a compor a carteira e obtida pela mensuração dos retornos no período analisado. Chama a atenção o fato de que ativos de empresas tradicionais, tais como Petrobras e Vale, não estão entre aqueles mais rentáveis. O baixo crescimento médio mundial, a partir de 2008, aliado à

crise de endividamento da Europa de 2010 podem ter contribuído para a depreciação dos preços das *commodities* e que afetam negativamente a receita de ambas as empresas. Por fim, cabe ainda ressaltar os problemas de gestão vivenciados pela Petrobrás nos últimos anos.

Buscando-se obter a carteira de ativos de renda variável ótima, procurou-se acrescentar informações exógenas que podem afetar o comportamento destes ativos. Apesar da correlação existente entre estes ativos, sua ortogonalização permitiu que os resíduos fossem não correlacionados, de forma a tornar consistentes os resultados encontrados e acrescentando, de forma consistente, mais informações que visam à minimização do risco.

De posse das informações e utilizando-se os métodos citados, o estudo aponta como carteira ótima aquela composta pelos papéis das empresas Tractebel, Banco do Brasil, Souza Cruz, Braskem e Sabesp, com a participação de cada ativo conforme estabelecido. Este procedimento é importante de forma a garantir a maximização do retorno da carteira ótima. Encontrou-se ainda que, quando comparado ao retorno de ativos de renda fixa, os ganhos da carteira são significativamente superiores. Ademais, os investidores com menor aversão ao risco devem alocar parte de sua riqueza em ativos de renda variável e, com isto, auferir maiores ganhos.

Apesar dos resultados encontrados, cabe ressaltar que este estudo buscou compor a carteira ótima com ativos de diferentes setores da economia. Neste sentido, o estudo mostra que o investidor deve analisar, em função de sua aversão ao risco, a possibilidade de alavancar ganhos ao direcionar parte de sua riqueza para o mercado de renda variável. Por fim, fica a sugestão de que pesquisas futuras possam analisar o comportamento de carteiras ótimas utilizando ativos, possivelmente, do mesmo setor da economia e com métodos alternativos, de forma a contribuir empírica e teoricamente para esta temática.

## Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIROS E DE CAPITAIS - ANBIMA. 2015. Disponível em: <http://portal.anbima.com.br>. Acesso em: 12 jun. 2015.
- ASSAF, N. A. 2011. *Mercado financeiro*. 10. ed. São Paulo: Editora Atlas.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL - BACEN. 2015. *Indicadores econômicos consolidados*. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br>. Acesso em: 20 fev. 2015.
- BANCO DO BRASIL - BB. 2015. Disponível em: <http://www.bb.com.br>. Acesso em: 25 jun. 2015.
- BIOMATER. 2015. *Bioplásticos do Brasil*. Disponível em: <http://http://www.biomater.com.br>. Acesso em: 20 jun. 2015.
- BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS BOVESPA - BMF&BOVESPA. 2015. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br>. Acesso em: 14 jun. 2015.
- BRASKEM. 2015. Disponível em: <http://www.braskem.com.br>. Acesso em: 28 jun. 2015.
- CANTÚ, V. Z.; MENEZES, E. A. 2009. Seleção de um portfólio eficiente através da diversificação de ativos financeiros. IX SEPROSUL, Piriápolis, Uruguai. *Anais...* Piriápolis: SEPROSUL.
- COMPANHIA DE SANEAMENTO BÁSICO DO ESTADO DE SÃO PAULO - SABESP. 2015. Disponível em: <http://site.sabesp.com.br>. Acesso em: 22 jun. 2015.
- DIAS, B. H. 2006. *Modelo de análise de riscos aplicado ao sistema elétrico brasileiro*. Rio de Janeiro: PUC-RIO. Disponível em: <http://www.maxwell.vrac.puc-rio.br>. Acesso em: 22 nov. 2014.
- DAMODARAN, A. 2010. *Avaliação de investimentos: ferramentas e técnicas para a determinação do valor de qualquer ativo*. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Qualitymark.
- ECONOMÁTICA. 2014. Disponível em: <http://www.economatica.com>. Acesso em: 10 nov. 2014.
- FARHI, M. 1999. Derivativos financeiros: hedge, especulação e arbitragem.

- Economia e Sociedade*, Campinas, 13:93-114.
- GONÇALVES, Jr. C.; PAMPLONA, E. O.; MONTEVECHI; J. A. B. 2002. Seleção de carteiras através do modelo de Markowitz para pequenos investidores (com o uso de planilhas eletrônicas). IX Simpep, Bauru, SP. *Anais...* Bauru, Simpep.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. 2011. *Econometria básica*. 5. ed. Porto Alegre: Editora AMGH.
- HILL, R. A. 2014. *Portfolio theory and financial analyses*. Disponível em: [www.bookboon.com](http://www.bookboon.com). Acesso em: 20 nov. 2014.
- INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA - IPEA. 2015. Disponível em: <http://www.ipea.gov.br>. Acesso em: 25 mar. 2015.
- MADDALA, G. S. 2003. *Introdução à econometria*. 3. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC.
- MARKOWITZ, H. 1952. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1):77-91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>  
<https://doi.org/10.2307/2975974>
- OLIVEIRA, M. H. F. 2009. *Cálculo da composição de uma carteira de ações que minimiza o risco para um retorno especificado*. Itajubá: Instituto de Engenharia de Produção e Gestão (IEPG). Disponível em: <http://www.unifei.edu.br/iepg>. Acesso em: 29 ago. 2015.
- PENTEADO, M. A. B.; FAMÁ, R. 2002. Será que o Beta que temos é o Beta que queremos? *Caderno de Pesquisas em Administração*, 9(3):37-51.
- PINHEIRO, J. L. 2008. *Mercado de capital: fundamentos e técnicas*. 4.ed. São Paulo: Editora Atlas.
- REILLY, F. K.; BROWN, K. C. 1997. *Investment analysis and portfolio management*. 5. ed. Fort Worth: Editora Dryden Press.
- RENNER, M. C. 2010. *Teoria de portfólio de Markowitz em momentos de crise*. Escola de Administração. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Disponível em: <http://www.lume.ufrgs.br>. Acesso em: 20 set. 2014.
- SAMANEZ, C. P. 2002. *Matemática financeira: aplicações à análise de investimentos*. 3. ed. São Paulo: Editora Pearson Prentice Hall.
- SAMUELSON, P. 1975. *Foundations of economic analysis*. 5. ed. Cambridge: Harvard University Press.
- SHARPE, W. F. 1963. A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9(2):277-293. <https://doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277>
- SODERLIND, P. 2013. Lecture notes in financial econometrics (MSc. course). St. Gallen: University of St. Gallen. Disponível em: <http://home.datacomm.ch>. Acesso em: 05 nov. 2014.
- SOUZA CRUZ. 2015. Disponível em: <http://www.souzacruz.com.br>. Acesso em: 26 jun. 2015.
- SOUZA, Z. J.; BIGNOTTO, E. C. 1999. Teoria de portfólio: composição ótima de uma carteira de investimento. *Economia e Pesquisa*, Araçatuba, 1(1):60-78.
- TESOURO NACIONAL. 2015. Disponível em: <https://www.tesouro.fazenda.gov.br>. Acesso: 20 jun. 2015.
- TRACTEBEL ENERGIA. 2015. Disponível em: <http://www.tractebelenergia.com.br>. Acesso em: 29 jun. 2015.
- ZIVOT, E. 2002. *Introduction to computational finance and financial econometrics*. Seattle: Department of Economics, University of Washington. Disponível em: <http://faculty.washington.edu>. Acesso em: 01 maio 2015.

Submetido: 27/09/2016

Aceito: 19/06/2017