

Determinação da superfície geoidal através de Redes Neurais Artificiais

Meriéle Reinke, Mauricio Roberto Veronez

Programa de Pós-Graduação em Geologia, UNISINOS. Av. Unisinos, 950, 93022-000 São Leopoldo RS, Brasil. mreinke@design.unisinos.br, veronez@unisinos.br

Adriane Brill Thum

Curso de Engenharia Civil (Laboratório de Topografia), UNISINOS. Av. Unisinos, 950, 93022-000 São Leopoldo RS, Brasil. adrianebt@unisinos.br

Genival Correa de Souza

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, UEFS. Br-116, km 3, Campus Universitário, 44031-460 Feira de Santana BA, Brasil. gcorrea@libra.uefs.br

Paulo César Lima Segantine

Programa de Pós-Graduação em Transportes (Área de Mensuração), EESC/USP. Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13566-960 São Carlos SP, Brasil. seganta@sc.usp.br

ABSTRACT

DETERMINATION OF GEOID SURFACE BY ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS. The height obtained by the GNSS (Global Navigation Satellite System) is merely mathematical. In most works the height should refer to the Geoid. With a sufficient number of Level References, it is almost always adjusted polynomials that allow the interpolation of geoidal undulations. Nevertheless, these polynomials are inefficient to extrapolate data that are not in the study area. The aim of this study is to present a new method to model the surface of a local Geoid based on the technique of Artificial Neural Networks. The study area is the metropolitan region of São Paulo, Brazil, and undulations data from the MAPGEO program were used for the neural network training. The program was developed by the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE) with an absolute error upper to 0.5 m. Even with such a big error, the data provided by MAPGEO2004 may be used in the training of a neural network due to its tolerance to errors and noises. The efficiency of the model was tested in 21 points with known undulations. In these points the model shows, by calculated discrepancies, a Root Mean Square error of 0.100 m. The study demonstrates that the method can be an alternative in modeling local and/or regional Geoid.

Key words: GPS, Artificial Neural Networks, geoidal undulation, MAPGEO, São Paulo, Brazil.

RESUMO

A informação da altura fornecida pelo sistema GNSS (*Global Navigation Satellite System*) é puramente matemática. Na maioria dos trabalhos de engenharia, a altura deve estar referenciada ao Geóide. Com um número suficiente de Referências de Nível com coordenadas horizontais e verticais conhecidas, quase sempre é possível realizar um ajuste utilizando-se o Método dos Mínimos Quadrados polinômios, que permite interpolar as ondulações geoidais. Esses polinômios são, no entanto, deficientes em extrapolar informações para fora da área de estudo. O objetivo deste trabalho é apresentar um novo método para modelar a superfície do Geóide Local baseado na técnica de Redes Neurais Artificiais. A área de estudo é a região metropolitana de São Paulo e para o treinamento da rede neural foram utilizadas as informações de ondulações geoidais advindas do programa MAPGEO2004, desenvolvido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Em que pese estes dados possuírem um erro absoluto superior a 0,5 m, seu uso é possível no treinamento de uma rede neural, já que esta é tolerante a erros e ruídos. A eficiência do modelo foi testada em 21 pontos com ondulações conhecidas e distribuídos na área de estudo. O modelo proporcionou, a partir das discrepâncias calculadas, um erro médio quadrático de magnitude aproximada a 0,100 m.

Palavras-chave: GPS, Redes Neurais Artificiais, ondulação geoidal, MAPGEO2004, São Paulo, Brasil.

INTRODUÇÃO

A forma do geóide está diretamente relacionada ao campo da gravidade da Terra. Já o elipsóide é uma superfície matemática com forma e dimensões próximas ao geóide, sendo utilizado nos levantamentos geodésicos como a superfície de

referência no posicionamento horizontal. Contudo, as superfícies do geóide e do elipsóide em geral não são coincidentes e nem paralelas, e esta separação entre as duas superfícies é denominada de *ondulação* ou *separação geoidal*, podendo atingir até dezenas de metros. A inclinação dessas superfícies, em casos extremos, é da

ordem de 1' (um minuto) de arco (Gemmael, 1999).

A altura geométrica advinda do sistema GNSS (*Global Navigation Satellite System*) é uma grandeza puramente geométrica. Atualmente, com toda a potencialidade desse sistema na obtenção de coordenadas horizontais, um dos grandes objetivos é obter

altitudes ortométricas com um nível de exatidão compatível com as atividades desenvolvidas na engenharia. Para isto, há necessidade de conhecer a ondulação geoidal com boa confiabilidade.

Uma das soluções para minimizar este problema é a caracterização local do Geóide. Uma das maneiras é utilizar uma forma simplificada, a partir de ajustes de superfícies matemáticas a valores de ondulações geoidais, obtidos da diferença algébrica entre a altura geométrica e a altitude ortométrica. Os modelos mais usados são os polinomiais, de diferentes graus, onde a determinação dos coeficientes se dá através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ).

Segundo Veronez *et al.* (2005) estes modelos têm o inconveniente de não extrapolar valores de ondulações para fora da área de estudo, comprometendo a qualidade dos dados utilizados no processo de ajustamento pelo MMQ e influenciando significativamente os resultados obtidos.

Atualmente, técnicas de inteligência artificial estão sendo utilizadas para contornar alguns problemas que ocorrem em ajustamentos pelo MMQ e para facilitar a modelagem em diferentes áreas do conhecimento. Entre estas, o uso das Redes Neurais Artificiais (RNAs).

O uso das RNAs havia sido desenvolvido na década de 1940, permaneceu esquecido durante os anos 1970 e ressurgiu no final dos anos 1980, como uma possibilidade alternativa à computação tradicional. Atualmente, existem inúmeras pesquisas que utilizam as Redes Neurais, principalmente para a previsão de dados, algoritmos de aprendizado, otimização de sistemas e reconhecimento de padrões.

Mesmo bastante difundida em outras áreas do conhecimento, as RNAs são ainda pouca aplicadas em Geomática. Dentre os trabalhos já desenvolvidos, pode-se citar o processamento digital de imagens de satélites desenvolvido por Pandey *et al.* (2001), a modelagem numérica do terreno de Baca (2001) e a previsão de anomalia gravitacional (Criollo e Freitas, 2002).

Lora *et al.* (1998) desenvolveram um método que possibilitava um bom nível de automação em embarcações, orientadas por posicionamento de satélite

(GNSS). Nesta aplicação, RNAs são utilizadas no treinamento adaptativo de máquinas e os dados de GPS servem apenas para fornecer parte do padrão de entradas externas, ou seja, as coordenadas de pontos, para a rede neural.

Hernández-Pajares (1997) propôs e aplicou a modelagem do *Total Electron Content* (TEC) da camada ionosférica, e buscou quantificar seus efeitos na propagação do sinal GPS utilizando os modelos *Self Organizing Map* e *Hopfield*. Leandro (2005) também verificou a possibilidade de se utilizar RNAs na modelagem do TEC no Brasil.

Maia *et al.* (2002) apresentaram a possibilidade da predição da contagem de ciclos de uma portadora GPS utilizando o modelo Temporal – FIR MLP. Da Silva (2003) mostrou que é possível estimar observáveis GPS utilizando RNAs treinadas a partir de informações disponibilizadas pela Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC).

Maia (2003), a partir de dados gravimétricos, propôs um estudo de modelagem de Geóide Local para a região de São Carlos (SP), empregando as técnicas de RNAs. Nesse estudo, o autor mostrou que, mesmo que os dados utilizados na modelagem não sejam tão refinados, as redes neurais podem ser uma alternativa para a obtenção de ondulações geoidais, dando indícios de uma possibilidade de utilizar as informações fornecidas pelo programa MAPGEO2004 (IBGE, 2004) no desenvolvimento de um modelo neural para a definição de superfícies geoidais locais e regionais. As RNAs proporcionam uma excelente capacidade de generalização, classificação, interpolação e extração, tolerância a erros e ruídos e também, por dispensarem a necessidade prévia de parametrização na modelagem envolvida no processo.

O objetivo deste trabalho é propor uma RNA para modelar a superfície do Geóide usando o algoritmo *backpropagation*, ou uma de suas variações, através de treinamento supervisionado por valores de ondulações geoidais advindas do programa MAPGEO2004, desenvolvido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2004). Para este estudo uti-

lizou-se como área piloto a região metropolitana de São Paulo.

O GEÓIDE E SUAS DEFINIÇÕES

Em Geodésia, para que um ponto seja devidamente definido no espaço ou sobre a superfície da Terra, é necessário determinar suas coordenadas de latitude e longitude geodésicas e a altitude geométrica e/ou ortométrica.

Desde o advento dos sistemas de posicionamento por satélites artificiais, a determinação da posição de pontos na superfície terrestre ou próxima a ela tem sido uma tarefa relativamente simples de ser executada. A posição é obtida a partir da consideração de um sistema geocêntrico cartesiano tridimensional associado a um elipsóide de referência. As coordenadas geodésicas dos pontos de interesse são obtidas a partir de *transformações de coordenadas*. Deve-se atentar ao fato que a informação da componente vertical oriunda do uso de satélites artificiais não provém de significado físico, sendo apenas uma grandeza geométrica referida à superfície elipsoidal.

A informação vertical exige que o usuário tenha bem claro os conceitos envolvidos nos diferentes tipos de alturas e qual a superfície de referência a ser considerada, tornando possível escolher o modelo adequado em suas práticas da altimetria. Para simplificar o entendimento dos vários conceitos envolvidos, propõe-se aqui a adoção do termo altura geométrica, elipsoidal ou matemática, ou simplesmente **altura** (h), quando a informação vertical for obtida a partir do uso da tecnologia de posicionamento por satélites e o termo altitude ortométrica ou simplesmente **altitude** (H), quando a informação vertical for obtida a partir das operações de nivelamento geométrico da topometria, onde o sistema referencial é o geóide.

Desde o advento da Era Espacial, o campo de ação das ciências geodésicas no modelamento do campo gravitacional terrestre sofreu um grande impulso e o estudo do geóide e, conseqüentemente, do campo de gravidade, passaram a ser objeto de maior interesse por parte dos geodestas. O geóide é limitado por uma

superfície de nível denominada de superfície geoidal, materializada pela superfície equipotencial da gravidade e que mais se aproxima do nível médio dos mares. Esta figura é a que mais se aproxima do elipsóide de revolução ou **Terra normal**. A Terra normal é definida como tendo a mesma massa e velocidade de rotação da **Terra real**, onde o esferopotencial de gravidade sobre a sua superfície é igual ao geopotencial de gravidade da Terra real sobre a superfície do geóide.

A diferença entre as superfícies geoidal e elipsoidal é definida como ondulação geoidal ou **altura geoidal (N)**. Quanto à forma, esta altura é medida ao longo da normal do lugar e quanto ao potencial gravimétrico é dada pelo potencial perturbador. As alturas geoidais são obtidas por conceitos da Geodésia Física a partir da combinação de um modelo do geopotencial com dados gravimétricos de superfície, utilizando a integral modificada de Stokes (1849) associada a um modelo numérico do terreno, e também podem ser obtidas a partir de sinais emitidos por satélites artificiais.

Assim, o estudo do geóide, bem como o da sua determinação, pode ser feito a partir de análises do campo de gravidade que modelam a distribuição de massa e efeito rotacional da Terra, resultando na dedução da forma terrestre. Em termos práticos, conhecendo-se o efeito rotacional, o que se procura é modelar o potencial de atração (ou gravitacional), a partir do potencial perturbador. Caracteriza-se assim, o Problema de Valor de Contorno da Geodésia (PVCG), que consiste em determinar qual a melhor função matemática para representar o potencial gravitacional, a partir do conhecimento dos valores assumidos por uma combinação linear e da sua derivada normal sobre uma superfície de referência.

A proposta de Stokes (1849) para a solução do PVCG é utilizar a superfície geoidal como limítrofe. Contudo, esta proposta não é adequada porque a determinação de alturas geoidais no interior dos continentes é obstaculizada pelo desconhecimento de um modelo de distribuição de densidades no interior da crosta, entre a superfície física e a geoidal.

Molodensky *et al.* (1962) apresentaram uma proposta para a solução do PVCG adotando a superfície física como a superfície de contorno e evitando o problema das diferenças de densidades ao longo da superfície terrestre. O resultado da aplicação desta proposta é a obtenção de uma **anomalia de altura (ζ)**, em troca da altura geoidal. A consequência direta é que a superfície que se vincula com o elipsóide, através da anomalia de altura, é a superfície denominada de quase-geóide. Se, ao invés de se tomar o elipsóide como referência, for plotada a anomalia de altura a partir da superfície física, se obtém uma outra superfície denominada de **teluróide**. É importante destacar, no entanto, que as superfícies do quase-geóide e do teluróide não são equipotenciais.

A Figura 1 ilustra como, a partir da definição de uma superfície e de uma direção, são obtidas as diferentes informações de componentes verticais: **altura geométrica ou elipsoidal (h)**, **altitude (H)**, **ondulação geoidal (N)**, **anomalia de altura (ζ)** e **altura normal (H_N)**.

Da Figura 1 se pode deduzir que:

$$h = H_N + \zeta \quad (1)$$

$$h = H + N \quad (2)$$

$$N - \zeta = H_N - H \quad (3)$$

e demonstrar que a diferença entre a **ondulação geoidal** e a **anomalia de altura** é igual a diferença entre as altitudes normais e ortométricas.

Classicamente, a altitude ortométrica é determinada por meio de operações de nivelamento geométrico, que exigem um ponto de partida de altitude conhecida. Assim, surge a questão de como foi criado o primeiro ponto de altitude conhecida. Este foi obtido a partir da materialização do geóide a partir de um ponto fixo de altitude conhecida em relação ao nível médio do mar e considerado como tendo altitude zero. A materialização deste ponto é realizada por meio de marégrafos que realizam observações por alguns anos.

As altitudes obtidas por processo de nivelamento geométrico são denominadas **niveladas**. Eventuais diferenças de altitudes ocorrem em função da variação do potencial gravitacional e das irregularidades topográficas entre os pontos medidos. Ao fim de uma operação de nivelamento geométrico, se obtém a medida da distância entre as superfícies equipotenciais, supostamente paralelas, que passam sob as bases da miras nos pontos medidos. Várias experiências comprovam que este paralelismo entre as superfícies equipotenciais é válido, numa seção de

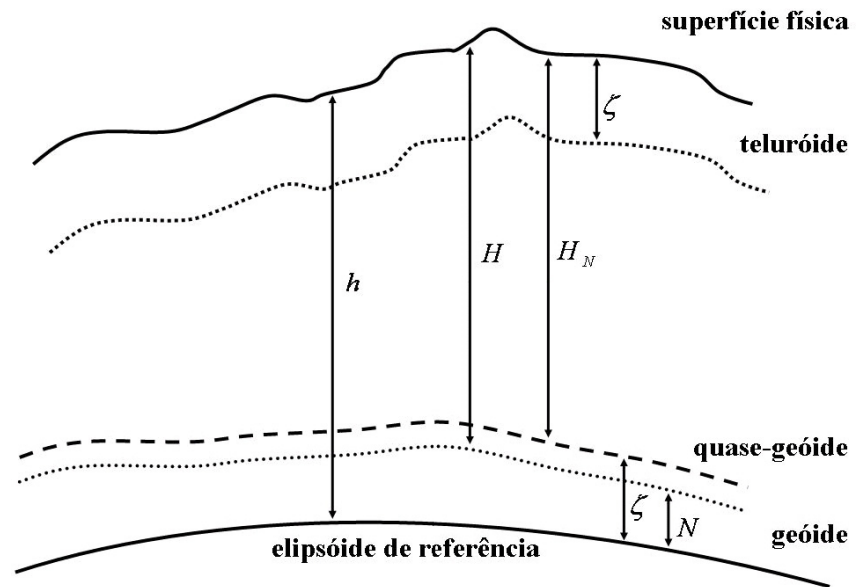


Figura 1. Tipos de altitudes em função de uma superfície e direção.
Figure 1. Height types in function of surface and direction.

nivelamento da ordem de até 10 km, e que distâncias superiores a este valor não garantem o paralelismo citado. Isto pode ser explicado pela heterogeneidade da distribuição da massa terrestre provocada pelo achatamento dos pólos.

A análise da Figura 2 permite concluir que $\sum_{i=1}^4 \Delta h_i$ é diferente de Δh_{AB} , sabendo-se que duas superfícies equipotenciais têm de constante entre si a diferença de potencial e não a diferença de altura. Desta forma, se conclui que o nivelamento geométrico fornece resultados que dependem do percurso percorrido durante a sessão de levantamento.

Neste momento, é importante salientar que os usuários devem se familiarizar com os vários conceitos envolvidos nos diferentes tipos de alturas, sob pena de incorrer em graves problemas em projetos de engenharia e na determinação das componentes verticais geodésicas.

REDES NEURAIS ARTIFICIAIS APLICADAS NA DETERMINAÇÃO DE ONDULAÇÕES GEOIDAIS

Uma Rede Neural Artificial é, basicamente, uma técnica não algorítmica, baseada em sistemas de equações em geral não lineares e interligadas, onde o valor de saída – o resultado da equação – é ponto de entrada para várias outras equações da rede. A Rede Neural é constituída de neurônios artificiais, projetados para um comportamento análogo ao neurônio biológico (Haykin, 1999). Formalmente, uma rede neural artificial é um processador paralelo e distribuído que consiste de unidades simples de processamento, com as quais se pode armazenar conhecimento e que permite seu uso em sucessivas avaliações. Seu comportamento lembra o cérebro humano por dois aspectos: o conhecimento é adquirido por meio de um processo de aprendizagem e as conexões entre os neurônios, conhecidas como pesos sinápticos, são usadas para armazenar o conhecimento adquirido.

Neurônio artificial

A Rede Neural é formada por unidades de processamento, chamadas de “neu-

rônios artificiais”. Cada neurônio comporta-se multiplicando os dados de entradas pelos pesos sinápticos (w_{kj}), que somados e submetidos a uma função de ativação, geram uma saída (Figura 3).

Dentre os muitos tipos de redes neurais existentes, optou-se pela utilização do modelo *Multilayer Perceptron* (MLP), por sua facilidade de implementação e relativa simplicidade. As redes MLP possuem um grande poder computacional devido à inserção de camadas intermediárias, diferente do modelo *Perceptron* de Rosemblatt (1958), que possuía apenas um nível de

neurônios diretamente conectados à camada de saída.

Neste método, a solução de problemas não separáveis linearmente pode ser trabalhada através do uso de redes com uma ou mais camadas intermediárias. A rede passa a conter, então, pelo menos três camadas, a de entrada, a intermediária ou escondida, e uma camada de saída (Haykin, 1999).

Para Cybenko (1989), tais redes podem implementar qualquer função contínua, e com duas camadas intermediárias, é possível aproximar qualquer função matemática.

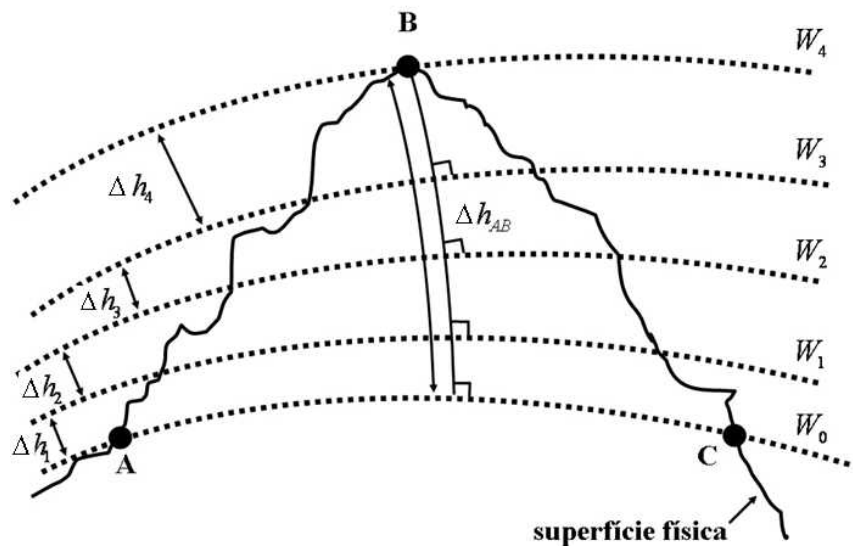


Figura 2. Superfícies equipotenciais.
Figure 2. Equipotential surfaces.

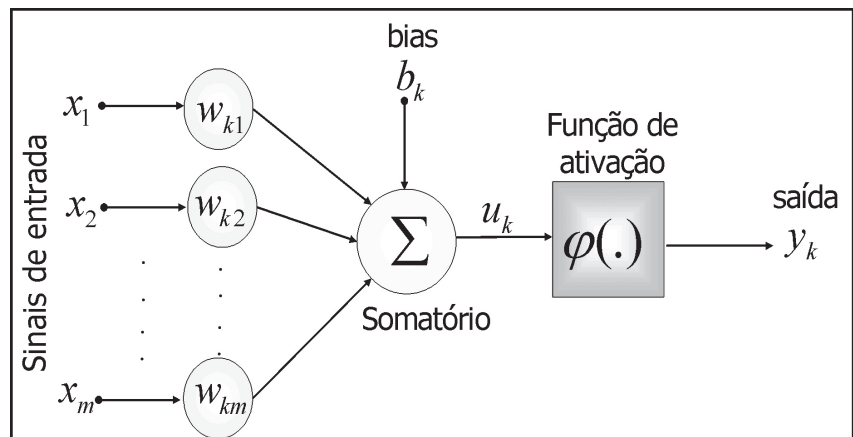


Figura 3. Neurônio Artificial (adaptado de Haykin, 1999).
Figure 3. Artificial Neuron (adaptated from Haykin, 1999).

Regra delta generalizada e algoritmo *Backpropagation*

A regra delta generalizada é a regra de aprendizagem mais utilizada para treinar uma rede MLP. Consiste na aplicação do gradiente descendente, usando o algoritmo *Backpropagation* (Haykin, 1999).

Quando um determinado padrão é fornecido à rede pela primeira vez (1º ciclo de aprendizagem), esta produz uma saída. A diferença entre esta saída e a desejada constitui o erro. O algoritmo *Backpropagation* é responsável pelo cálculo das funções de erro. O objetivo da fase de treinamento é diminuir constantemente o valor do mesmo. Para isto, os pesos são atualizados a cada nova interação (Haykin, 1999).

A equação 4 mostra a função do *Mean Squared Error* (MSE).

$$MSE_p = \frac{1}{2} \sum_j e_{pj}^2, \text{ com } e_{pj} = d_{pj} - y_{pj} \quad (4)$$

onde:

- d_{pj} = valor de saída desejado
- y_{pj} = valor de saída obtido
- j = um neurônio da camada de saída
- p = padrão da rede neural

É importante salientar que as informações de entrada e saída da RNA passam por um processo de normalização onde, geralmente, são agrupadas em intervalos entre [0 e 1] ou [-1 e 1]. Neste trabalho, utilizou-se a normalização no intervalo entre [0 e 1].

Como já foi salientado inicialmente, uma das grandes dificuldades em se trabalhar com RNAs aplicadas à área de Mensuração é a possibilidade de contar com informações para treinamento e validação daquilo que se propõe modelar. Pelo fato das RNAs serem tolerantes a erros e ruídos optou-se em desenvolver treinamentos com dados de ondulações geoidais advindos do programa MAPGEO (IBGE, 2004).

Segundo o IBGE (2004), o “Modelo de Ondulação Geoidal” possui uma resolução de 10’ de arco, baseado na integral modificada de Stokes (1849). As informações utilizadas no processo foram: (i) anomalias médias de Helmert em quadrículas

de 10’x10’ em áreas continentais, obtidas a partir de informações gravimétricas do IBGE, e de diversas instituições no Brasil e em países vizinhos; (ii) anomalias derivadas da altimetria por radar a bordo de satélite em áreas oceânicas, utilizando o modelo KMS-99; (iii) modelo digital de terreno com resolução de 1’x 1’ obtido a partir da digitalização de cartas topográficas e, quando não disponíveis, utilizando o modelo GLOBE; e (iv) modelo de geopotencial EGM-96 até grau e ordem 180”.

Ainda segundo o IBGE (2004), o erro médio padrão do MAPGEO2004 é da ordem de $\pm 0,50$ m podendo, em algumas regiões brasileiras, proporcionar erros superiores a esta grandeza. Neste nível de qualidade, as informações de ondulações advindas deste pro-

grama, são passíveis de serem utilizadas em RNAs.

MATERIAIS E MÉTODO

A área de estudo foi a região metropolitana de São Paulo. A validação do modelo que está sendo proposto baseou-se nas informações utilizadas por Netto *et al.* (1996), quando propuseram um modelo geoidal para a região através do posicionamento com o sistema GPS em 21 referências de nível (RN) pertencentes à rede de nivelamento de 1ª ordem do IBGE (2004), com valores conhecidos de ondulações geoidais a partir do rastreamento com receptores GPS. As observações foram realizadas com receptores marca TRIMBLE pelo processo diferencial es-

Tabela 1. Identificação das RNs utilizadas no processo de validação do modelo proposto, associadas ao Sistema de Referência Geodésico SIRGAS.

Table 1. Identification of Level References (LRs) used in validation of the purposed model associated to the Geodesic Reference System - SIRGAS.

Nome do Ponto	Altitude Ortométrica (m)	Altura Geométrica (m)	Ondulação Geoidal (m)
PILAR	721,087	717,929	-3,158
1446	770,908	767,918	-2,990
1990H	585,286	582,198	-3,088
1991G	745,801	742,766	-3,035
2129R	731,194	728,214	-2,980
2132X	774,876	771,899	-2,977
2143	756,021	753,025	-2,996
2148X	751,283	748,173	-3,110
2149D	785,893	782,945	-2,948
2149F	768,721	765,755	-2,966
2150U	847,242	844,315	-2,927
2200C	737,253	734,399	-2,854
2201A	753,913	751,104	-2,809
2202X	788,051	785,078	-2,973
2203E	724,385	721,379	-3,006
2203V	778,38	775,433	-2,947
2204B	744,184	741,410	-2,774
2204S	697,487	694,487	-3,000
2205Z	790,078	787,067	-3,011
2808E	754,537	751,451	-3,086
2841	624,114	621,218	-2,896

com três e a terceira com dois; (iii) uma saída, para o que foi utilizada a ondulação geoidal advinda do programa MAPGEO2004 (Figura 6).

A função de ativação das camadas intermediárias foi a sigmoïdal tangente hiperbólica conforme a equação 5. A taxa de aprendizagem utilizada foi de 0,3, o termo momento foi 0,9 e um total de 600 ciclos de treinamento.

$$a = \tanh(n) \quad n = \frac{2}{(1 + e^{-2n}) - 1} \quad (5)$$

A análise da eficiência do modelo proposto baseou-se na obtenção das discrepâncias entre os valores de ondulações geoidais conhecidas dos 21 pontos listados na Tabela 1 e aquelas obtidas pela modelagem por RNAs, conforme equação 6.

$$\Delta N = N_{(conhecida)} - N_{(calculada)} \quad (6)$$

onde:

DN = discrepância na obtenção da ondulação geoidal;

$N_{(conhecida)}$ = ondulação geoidal conhecida por meio do rastreamento com o sistema GPS nas referências de nível;

$N_{(calculada)}$ = ondulação geoidal obtida a partir da modelagem por redes neurais.

Tabela 2. Discrepâncias de ondulações geoidais proporcionadas pela modelagem por RNAs e pelo MAPGEO2004, com uma malha de pontos espaçados de 10 km x10 km.
Table 2. Discrepancies of geoidal undulations obtained with the modeling by Artificial Neural Networks ANNs and by MAPGEO2007 program with spaced 10 km x 10 km grid points.

Pontos	$N_{(conhecida)}$ (m)	$N_{(RNA)}$ (m)	$N_{(MAPGEO2004)}$ (m)	$\Delta N_{(RNA)}$ (m)	$\Delta N_{(MAPGEO2004)}$ (m)
PILAR	-3,158	-3,157	-3,250	-0,001	0,092
1446	-2,990	-2,921	-3,160	-0,069	0,170
1990H	-3,088	-3,157	-3,220	0,069	0,132
1991G	-3,035	-3,266	-3,320	0,231	0,285
2129R	-2,980	-2,873	-3,040	-0,107	0,060
2132X	-2,977	-2,992	-3,030	0,015	0,053
2143	-2,996	-2,992	-3,060	-0,004	0,064
2148X	-3,110	-3,146	-3,250	0,036	0,140
2149D	-2,948	-2,992	-3,090	0,044	0,142
2149F	-2,966	-2,992	-3,080	0,026	0,114
2150U	-2,927	-2,984	-2,850	0,057	-0,077
2200C	-2,854	-2,856	-2,980	0,002	0,126
2201A	-2,809	-2,882	-2,930	0,073	0,121
2202X	-2,973	-2,992	-3,030	0,019	0,057
2203E	-3,006	-2,992	-3,190	-0,014	0,184
2203V	-2,947	-2,976	-2,870	0,029	-0,077
2204B	-2,774	-2,859	-2,900	0,085	0,126
2204S	-3,000	-2,992	-3,090	-0,008	0,090
2205Z	-3,011	-3,131	-3,110	0,120	0,099
2808E	-3,086	-2,963	-3,350	-0,123	0,264
2841	-2,896	-2,857	-2,980	-0,039	0,084

Na Tabela 2 são apresentados os resultados do processamento com as ondulações geoidais calculadas a partir da rede neural elaborada como mostrado na Figura 6, com a malha de pontos de 10 km x10 km. A primeira coluna da tabela contém a identificação das RNAs, a segunda a ondulação geoidal tomada como verdadeira (valores da coluna 4 da Tabela 1), a terceira, a ondulação geoidal obtida por rede neural, a quarta, a ondulação geoidal obtida no programa MAPGEO2004, a quinta, a discrepância entre os valores das colunas dois e três (verdadeira x rede neural) e, finalmente, a última, demonstra a discrepância entre os valores das colunas dois e quatro (verdadeiras x MAPGEO2004).

Para a malha de pontos de 5 km x 5 km os resultados obtidos são listados na Tabela 3.

A distribuição de frequência das discrepâncias nos valores da ondulação geoidal nas RNAs, proporcionada pela modelagem por RNAs e pelo programa MAPGEO2004 e os respectivos parâmetros estatísticos são apresentados nas Figuras 7 a 9. Todas as análises estatísticas foram baseadas nos valores absolutos das discrepâncias das ondulações geoidais.

Quando se comparam os parâmetros estatísticos obtidos nos dois tratamentos (RNAs x MAPGEO2004), possível verificar que os resultados produzidos por RNAs são significativamente melhores. Através da modelagem por RNAs com malha de 10 km x 10 km, 81% dos valores das discrepâncias na ondulação geoidal estão abaixo de 0,10 m e, nas malhas de 5 km x 5 km, o percentual de 90 %. Com o MAPGEO2004, este percentual de apenas 47%.

Os valores máximos de discrepâncias são 0,29, 0,23 e 0,16, respectivamente, para o MAPGEO2004, para a modelagem por RNAs com malha de 10 km x 10 km e com a malha de 5 km x 5 km.

As distribuições de frequência observadas nas amostras obtidas pelas redes neurais mostram maior assimetria (Figuras 8 e 9) quando comparadas com o a distribuição fornecida pelo MAPGEO2004 (Figura 7), denotando a presença de ruído nas observações. Entretanto, apresentam estimadores de tendência central mais eficientes (Chatfield, 1998)

Tabela 3. Discrepâncias de ondulações geoidais proporcionadas pela modelagem por RNAs e pelo MAPGEO2004, com uma malha de pontos espaçados de 5 km x 5 km.
Table 3. Discrepancies of geoidal undulations obtained with the modeling by Artificial Neural Networks ANNs and by MAPGEO2004 program with spaced 5 km x 5 km grid points.

Pontos	N _(conhecida) (m)	N _(RNA) (m)	N _(MAPGEO2004) (m)	ΔN _(RNA) (m)	ΔN _(MAPGEO2004) (m)
PILAR	-3,158	-3,316	-3,250	0,158	0,092
1446	-2,990	-2,975	-3,160	-0,015	0,170
1990H	-3,088	-3,17	-3,220	0,077	0,132
1991G	-3,035	-3,06	-3,320	0,023	0,285
2129R	-2,980	-2,97	-3,040	-0,015	0,060
2132X	-2,977	-2,96	-3,030	-0,014	0,053
2143	-2,996	-2,99	-3,060	-0,005	0,064
2148X	-3,110	-3,24	-3,250	0,134	0,140
2149D	-2,948	-2,95	-3,090	-0,003	0,142
2149F	-2,966	-2,95	-3,080	-0,020	0,114
2150U	-2,927	-2,93	-2,850	0,003	-0,077
2200C	-2,854	-2,90	-2,980	0,050	0,126
2201A	-2,809	-2,90	-2,930	0,087	0,121
2202X	-2,973	-2,95	-3,030	-0,019	0,057
2203E	-3,006	-3,03	-3,190	0,020	0,184
2203V	-2,947	-2,93	-2,870	-0,022	-0,077
2204B	-2,774	-2,87	-2,900	0,093	0,126
2204S	-3,000	-3,00	-3,090	-0,002	0,090
2205Z	-3,011	-3,03	-3,110	0,023	0,099
2808E	-3,086	-3,16	-3,350	0,069	0,264
2841	-2,896	-2,93	-2,980	0,030	0,084

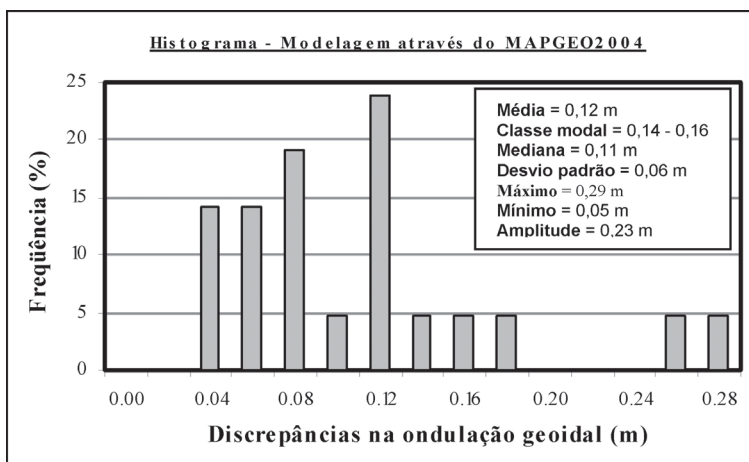


Figura 7. Distribuição de frequência para os valores de discrepâncias da ondulação geoidal obtidas pelo MAPGEO2004.
Figure 7. Frequency distribution of discrepancies found for the values of the geoidal undulation obtained by the MAPGEO2004 program.

se comparadas com os dados do MAPGEO2004 (Figura 10).

Tendo em vista que nos resultados encontrados as distribuições de frequências são assimétricas e que as amostras possuem tamanho reduzido, utilizou-se um teste não paramétrico, o *Wilcoxon Rank Sum Test* (McClave *et al.*, 1997), para comparar as amostras. A, em lugar de se utilizarem os parâmetros média e desvio padrão, avaliam-se as amostras ordenando por magnitude as observações individuais das duas amostras tomadas conjuntamente. Os valores críticos para a rejeição são estabelecidos em função das somas dos números de ordem atribuídos a cada amostra, do tamanho de cada amostra e do nível de significância desejado para o teste.

Mood *et al.* (1997) demonstram que se pode usar o *Rank Sum Test* para amostras com sete ou mais elementos, que podem ser aproximadas por uma distribuição normal com média e variância dada, respectivamente, por:

$$E(T_A) = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} \quad (7)$$

$$\sigma_{T_A}^2 = \frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12} \quad (8)$$

Portanto, pode-se utilizar a estatística dada por:

$$z = \frac{T_A - \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}} \quad (9)$$

onde:

T_A = Soma dos números de ordem da amostra "A".

n_1, n_2 = Número de observações das amostras.

com as hipóteses:

- (i) H_0 : a média das discrepâncias, observada com Rede Neural, não difere estatisticamente da obtida com o programa MAPGEO ($\mu_{MAPGEO} = \mu_{RNAs}$), em nível de significância de 99%.

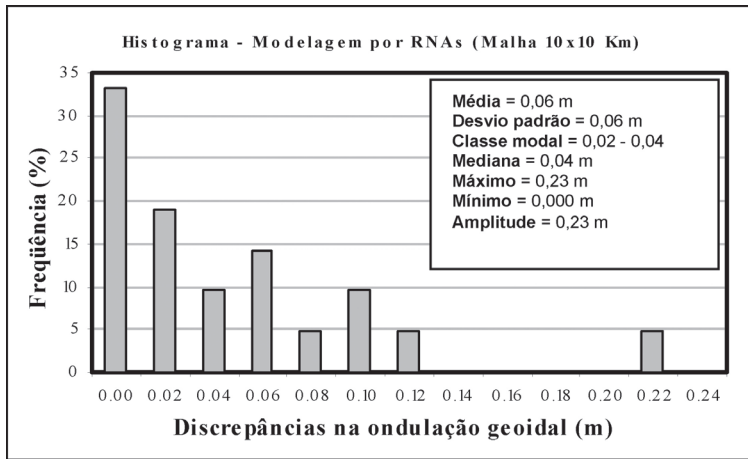


Figura 8. Distribuição de frequência para os valores de discrepâncias da ondulação geoidal obtidas pela modelagem através de Redes Neurais Artificiais (RNAs) (malha de pontos 10 km x 10 km).

Figure 8. Frequency distribution of discrepancies found for the values of the geoidal undulation obtained with the modeling by Artificial Neural Networks (ANNs) (grid points 10 km x 10 km).

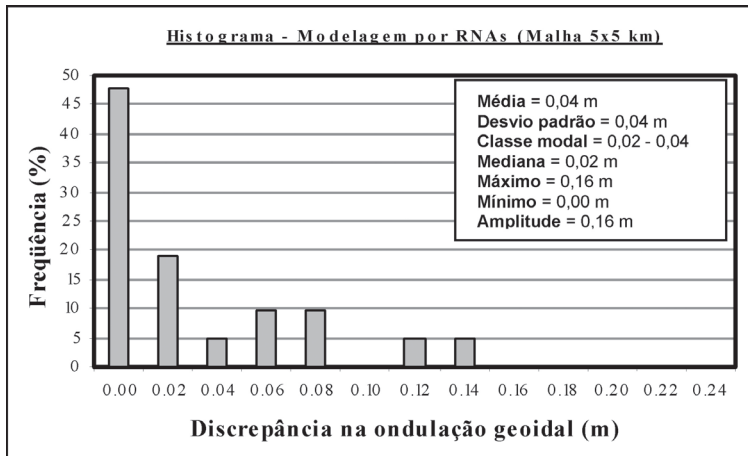


Figura 9. Distribuição de frequência para os valores de discrepâncias da ondulação geoidal obtidas pela modelagem através de Redes Neurais Artificiais (RNAs) (malha de pontos 5 km x 5 km).

Figure 9. Frequency distribution of discrepancies found for the values of the geoidal undulation obtained with the modeling by Artificial Neural Networks (ANNs) (grid points 5 km x 5 km).

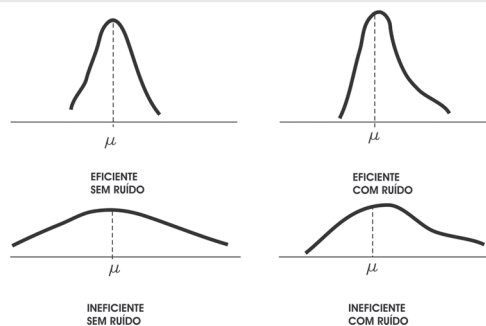


Figura 10. Qualidades dos estimadores, segundo Chatfield (1998).
 Figura 10. Estimators quality by Chatfield (1998).

- (ii) H_a : a média das discrepâncias, observada com Rede Neural, menor que a média dada com o programa MAPGEO ($\mu_{MAPGEO} < \mu_{RNAs}$) em nível de significância de 99%.
- (iii) Valor crítico da estatística z em nível de significância de 99%: 2,33.
- (iv) Valor calculado de “z para os valores obtidos pela modelagem em malha de 10 km x 10 km: 3,72.
- (v) Valor calculado de “z para os valores obtidos pela modelagem com malha de 5 km x 5 km: 4,13.

Quando foi aplicado o mesmo teste para comparar amostras obtidas com redes neurais modeladas com malha de 10 km x 10 km e malha de 5 km x 5 km, o valor calculado de “z foi de 0,76, levando conclusão de que as amostras não diferem estatisticamente entre si.

Demonstra-se, deste modo, que as médias das discrepâncias na ondulação geoidal obtidas com a rede neural artificial apresentam valores estatisticamente menores do que as obtidas com o programa MAPGEO2004, em nível de significância de 99%.

CONCLUSÕES

Os resultados para a determinação de um modelo geoidal, com uso de redes neurais artificiais e através do algoritmo *Backpropagation*, demonstraram ser adequados para os 21 pontos utilizados no processo de validação. Para uma análise mais consistente da eficiência do método, um maior número de pontos de controle necessário. Para isto, testes estão sendo realizados em outras regiões brasileiras.

Neste experimento foi possível verificar que, mesmo com erros superiores ao nível de exatidão do programa MAPGEO ($> 0,50$ m), as ondulações geoidais fornecidas por este programa mostraram ser eficientes para uso no treinamento de uma rede neural. Os resultados encontrados permitem supor a viabilidade da geração de modelos neurais para modelagens de geóides de regiões brasileiras com nível de exatidão melhor do que 0,300 m.

Neste trabalho, a concepção da arquitetura do modelo de rede neural artificial foi

realizada empiricamente, o que exigiu um tempo considerável na procura daquela que melhor se adaptasse região de estudo. Pode-se inferir que existem outras possibilidades de configurações de rede neural que ainda não foram testadas e que poderão proporcionar melhores resultados.

Quanto validade de se aumentar o número de pontos no processo de treinamento da rede neural para obter uma melhora na obtenção da ondulação geoidal, demonstrada pelo teste estatístico aqui realizado, julga-se que antes de concluir sobre seu uso, interessante a realização de um número maior de testes em outra região e com uma quantidade suficiente de RNs com valores de ondulações conhecidas.

Por outro lado, não foi possível concluir que a malha de pontos espaçados de 5 km x 5 km a mais adequada no processo de treinamento da rede neural. Para a região de estudo os resultados encontrados foram satisfatórios. Mesmo assim, isto não descarta a possibilidade de avaliar outros espaçamentos entre os pontos.

Como recomendações, sugere-se testar o método em outras regiões brasileiras, onde se conheça um número maior de pontos de controle (preferencialmente mais que 30), para que se possam realizar análises estatísticas mais consistentes com respeito aos resultados, e utilizar outros modelos de redes neurais na obtenção de um modelo geoidal. Para tanto, um modelo recorrente no tempo deveria ser testado.

Finalmente, propõe-se ainda que, para a obtenção de ondulações geoidais, sejam realizados testes com outros algoritmos de treinamento e funções de ativação nos modelos de redes neurais.

REFERÊNCIAS

BACA, J.F.M. 2001. Redes Neurais Artificiais (RNA) aplicadas na modelagem numérica do terreno. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA,

20, Porto Alegre, *Proceedings*, p. 1-10.
 CHATFIELD, C. 1998. *Statistics for technology*. Chapman and Hall, London, 377 p.
 CRIOLLO, A.R.T. e DE FREITAS, S.R.C. 2002. Predicting free-air gravity anomaly using artificial neural network. In: H. DREWES (org.). *IAG Series 124 - Vertical Reference Systems*. Springer, v. 124, n. 1, p. 215-219.
 CYBENKO, G. 1989. Approximation by superposition of a sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2(1):303-314.
 DA SILVA, C.A.U. 2003. *Um método para estimar observáveis GPS usando redes neurais artificiais*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, Tese de Doutorado, 113 p.
 GEMAEL, C. 1999. *Introdução Geodésia Física*. Editora da Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 304 p.
 HAYKIN, S. 1999. *Neural networks: a comprehensive foundation*, 2ª ed., Prentice-Hall, New Jersey, 842 p.
 HERNÁNDEZ-PAJARES, P.M. 1997. Neural network modeling of ionospheric electron content at global scale using GPS data. *Radio Science*, 32(3):1081-1089.
 IBGE (INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA), 2004. Modelo de ondulação geoidal – programa MAPGEO2004. IBGE – Coordenação de Geodésia (CGED). Disponível em <<http://www.ibge.gov.br>>, acessada em 03/03/2005.
 LEANDRO, R.F. 2005. A new technique to TEC regional modeling using a neural network. In: ION GNSS - 2004, Long Beach, Califórnia, *Proceedings*, p. 1-9.
 LORA, F.A.S.; HEMERLY, E.M. e LAGES, W.F. 1998. Sistema para navegação e guiagem de robôs móveis autônomos. *Controle & Automação*, 9(3):107-118.
 MAIA, T.C.B. 2003. *Utilização de redes neurais artificiais na determinação de modelos geoidais*. São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, Tese de Doutorado, 130 p.
 MAIA, T.C.B.; SILVA, U.C.A. e ROMERO, R.A.F. 2002. Predição da contagem de ciclos da portadora GPS

utilizando uma modelagem conexionista temporal - FIR MLP. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE REDES NEURASIS - SBRN'02, 7, Porto de Galinhas, *Proceedings*, p. 1-6.
 McCLAVE, J.T.; DIETRICH II, F.H. e SINCICH, T. 1997. *Statistics*. 7ª ed., Prentice Hall, New Jersey, 823 p.
 MOLODENSKY, M.S.; EREMEEV, V.F. e YURKINA, M.I. 1962. *Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth*. Translated from the 1960 original, The Israeli Programme for the Translation of Scientific Publications, Jerusalem, Israel, 248 p.
 MOOD, A.M.; GRAYBILLI, A.F. e BOES, D.C. 1974. *Introduction to the theory of statistics*. 3ª ed., McGraw-Hill International Editions, New York, 564 p.
 NETTO, N.P.; BLITZKOW, D.; CINTRA, J.P.; FONSECA JUNIOR, E.S. e SCHAAL, R.E. 1996. Altitude ortométrica e o GPS – resultados parciais na grande São Paulo. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA DE AGRIMENSURA, 7, Salvador, *Anais*, p. 1-4.
 PANDEY, P.; GEOGE, S.M. e KHANNA, P. 2001. *Alternate neural network tools for pattern classification in satellite imageries*. National Environmental Engineering Research Institute, Nehru Marg Nagpur Índia. Disponível em <<http://www.gisdevelopment.net/technology/ip/techip0001.htm>>, acessada em 15/04/2005.
 ROSEMBLATT, F. 1958. The Perceptron: a probabilistic model of information storage and organization in the brain. *Cornell Aeronautical Laboratory Psychological Review*, 65(6):386-408.
 STOKES, G.G. 1849. On the variation of gravity on the surface of the Earth. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 8(1):672-695.
 VERONEZ, M.R.; VALLES, T. e THUM, A.B. 2005. Caracterização de modelo geoidal para uma região da bacia hidrográfica do rio dos Sinos. *G&EA*, 1(2):64-67.

Submetido em 27/02/07

Aceito em 03/06/07