

## **A volatilidade idiossincrática melhora a explicação dos retornos precificáveis?**

### **Does idiosyncratic volatility improve the explanation of the returnable prices?**

Bruno Pereira Conte<sup>1</sup>

Universidade Federal de Santa Maria – UFSM  
brunopconte@yahoo.com.br

Paulo Sérgio Ceretta<sup>1</sup>

Universidade Federal de Santa Maria – UFSM  
ceretta10@gmail.com

**Resumo:** O objetivo desse trabalho foi de investigar se a volatilidade idiossincrática poderia ter capacidade de aprimorar a explicação dos retornos precificáveis. Para tal, fez-se uso do modelo CAPM de Fama & French e, baseado em trabalhos como os de Ang et al. (2006) e Leite et al. (2016), incluiu-se o fator volatilidade. A diferença desse trabalho está na inclusão da volatilidade da carteira bem como no cálculo dessa que foi obtida fazendo uso do modelo GJR-GARCH. O escopo de estudo foi o mercado brasileiro de capitais, entre o período de 2007 e 2017. Os resultados empíricos mostraram que a inclusão da volatilidade aprimora a explicação do modelo CAPM Fama & French, fato evidenciado pelo sensível acréscimo do  $R^2$  ajustado das regressões. Além disso, notou-se que a volatilidade, quando significativa, teve relação oposta com o retorno. Quando comparadas, notou-se que a volatilidade idiossincrática explicou mais os retornos quando comparada com a volatilidade de mercado, o que indica que as informações da montagem de portfólios e suas oscilações de retornos individuais parecem ser mais importantes que o movimento do mercado como um todo, um resultado que se torna relevante tanto para hedge quanto para a busca de maximização de retornos pelos investidores.

**Palavras-chave** – Volatilidade; GARCH; CAPM; Montagem de portfólios.

**Abstract:** The objective of this paper was to investigate if idiosyncratic volatility could be able to improve the explanation of the returnable prices. For this, the CAPM

---

<sup>1</sup> Universidade Federal de Santa Maria — Av. Roraima, 1000 – CEP 97105-900 – Santa Maria (RS) – Brasil  
Este é um artigo de acesso aberto, licenciado por Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0), sendo permitidas reprodução, adaptação e distribuição desde que o autor e a fonte originais sejam creditados.

model of Fama & French was used, and based on works such as Ang et al. (2006) and Leite et al. (2016), the volatility factor was included. The difference of this work is the inclusion of portfolio volatility as well as in the calculation of this one that was obtained using the GJR-GARCH model. The study scope was the Brazilian capital market, between 2007 and 2017. The empirical results showed that the inclusion of volatility improves the explanation of the CAPM model Fama & French, fact evidenced by the sensible increase of adjusted  $R^2$  of the regressions. In addition, it was noted that volatility, when significant, had an opposite relationship with return. When compared, idiosyncratic volatility was further explained as explaining returns compared to market volatility, which indicates that the information on the montage of portfolios and their oscillations of individual returns seem to be more relevant than market movement, a result that becomes relevant both for hedging and for the search for maximization of returns by investors.

**Keywords** – Volatility; GARCH; CAPM; Portfolio assembly.

### Introdução

O CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) é um dos modelos mais difundidos para o cálculo esperado do retorno de um investimento em condições de risco. Desenvolvido por Sharpe (1964) e Lintner (1965), por meio das conclusões do trabalho de Markowitz (1952), esse modelo relaciona o retorno esperado de um ativo, com o seu risco não diversificável. Segundo Rogers & Securato (2009), o modelo postula que a medida de risco relevante é a sensibilidade do retorno do ativo em questão, em relação ao retorno da carteira de mercado, conhecido como coeficiente beta. As previsões do CAPM têm aplicações imediatas na avaliação do preço de ativos, como também são utilizadas para calcular o custo de capital das empresas.

Apesar de ser um modelo simples e intuitivo, o mesmo está fundamentado em fatores muito restritivos sobre o funcionamento do mercado, e por isso foi modificado. Um dos modelos mais difundidos de previsão de retornos é o modelo de três fatores de Fama e French (1992), o qual introduz a ideia de que a carteira de mercado não engloba todos os riscos sistemáticos e, assim, o CAPM não poderia ser considerado um modelo adequado de equilíbrio de mercado.

Segundo Rayes *et al.*, (2011) o modelo de três fatores de Fama e French representa a maior mudança estrutural na literatura de *asset pricing*, pois além do fator de risco de mercado, os fatores

indicados por Fama e French têm significância, fato que é suportado em diversos trabalhos na literatura internacional.

Apesar de o modelo de três fatores de Fama e French ter alcançado resultados superiores ao CAPM tradicional, diversos autores como Carhart (1997), Liu (2006), Ang et al., (2006), Yamani e Swanson (2014) e He e Casey (2018) propuseram modificações no modelo, incluindo variáveis como fator momento, liquidez, volatilidade, risco global e fatores comportamentais, também conseguindo resultados empíricos superiores.

Para o mercado brasileiro, diversos estudos foram realizados a fim de testar os modelos CAPM multifatores. Málaga e Securato (2004) corroboram a superioridade e a significância dos três fatores de Fama e French para previsão de retornos. Rogers e Securato (2009) comparam o modelo de três fatores com o modelo *Reward Beta* e também encontram evidências de que o modelo de três fatores é empiricamente superior. O trabalho de Rayes et al., (2011), fazendo uso de “ponderações variáveis” nas carteiras, “encontrou” evidências de que o modelo de Fama e French não pode ser aplicado no mercado brasileiro. Argolo et al., (2012) testam o modelo de três fatores com maior amplitude de dados, e chegam à conclusão de que os prêmios propostos por Fama e French são superavaliados, o que torna esse modelo problemático para a realidade brasileira.

Outros trabalhos buscaram aprimorar o modelo de três fatores, como é o caso de Blank et al., (2014), (Zoratto & Sanvicente, 2015) e Bortoluzzo et al., (2016), incluindo betas variantes no tempo, prêmio por risco país e a inclusão do fator momento de Carhart (1997), encontrando evidências empíricas de melhora significativa na explicação dos retornos.

Assim como os trabalhos supracitados, o presente estudo irá se propor a aprimorar o modelo de três fatores de Fama e French com a inclusão da volatilidade defasada, assim como realizado no trabalho de Ang et al., (2006) e, para o mercado brasileiro, por Leite et al. (2016). Entretanto, o presente estudo irá, além de incluir a volatilidade idiossincrática, utilizará a volatilidade do mercado, para checar se existe uma relação entre os retornos e as variações do mercado.

Diferente de Ang et al. (2006) e Leite et al. (2016), que consideraram a volatilidade, tanto idiossincrática quanto a de mercado, modelada pela variância dos resíduos, o presente estudo fará uso dos

modelos do tipo GJR-GARCH, pois segundo Fu (2009), a volatilidade idiossincrática deve ser considerada como sendo variante ao tempo, e somente assim podem ter maior relação com o retorno precificável.

O trabalho irá se subdividir em mais quatro seções além dessa introdução. A segunda seção tratará de uma revisão de literatura acerca dos modelos de precificação de ativos, além da modelagem de volatilidade proposta. A terceira seção abarcará a metodologia utilizada no estudo. A quarta seção trará os resultados encontrados e, por fim, será dado o fechamento do trabalho com as considerações finais.

### Modelos de precificação de ativos de capital

O trabalho seminal sobre precificação de ativos atualmente difundido na literatura é o CAPM desenvolvido por Sharpe, (1964) e Lintner, (1965). O CAPM estabelece que existe uma relação linear entre o retorno esperado e o risco sistemático, e por isso, segundo He e Casey (2018) os investidores mantêm carteiras diversificadas de tal forma que o único fator que determina os retornos esperados é a covariação da empresa com o mercado global.

No CAPM os investidores têm expectativas homogêneas e possibilidade de usar a mesma taxa de juros de empréstimo. Assim, a carteira de ativos com risco de um investidor será idêntica à carteira de ativos com risco de qualquer outro investidor. Desse modo, se todos os investidores possuem a mesma carteira com risco, então, em equilíbrio, essas carteiras devem ser iguais à carteira de mercado (Almeida, 2010).

Apesar da relevância do trabalho de Markowitz, (1952) pode-se considerar o CAPM, proposto por Sharpe-Lintner, como o arcabouço teórico inicial para este trabalho. Nele, os ativos tendem a se alinhar no longo prazo em uma reta proveniente da equação (1):

$$E[R_i] - R_f = \beta_i(E(R_m) - R_f), \quad (1)$$

onde  $E[R_i]$  é o retorno que o investidor espera receber pelo ativo  $i$ ,  $R_f$  é o retorno livre de risco;  $\beta_i$  o indicador de co-movimento do ativo  $i$  com o mercado  $m$ ; e  $E(R_m)$  o retorno médio do mercado.

Apesar de a teoria do CAPM ser bem difundida, o modelo foi criticado por inúmeros pesquisadores, incluindo Fama & French, (1995), justamente pelo fato de o modelo ser considerado como sendo de apenas um fator. Autores como Banz, (1981) e Reinganum, (1983) já haviam encontrado que o fator tamanho impactava os valores futuros de retorno.

Fama e French (FF), propuseram em seu artigo em 1997 que há uma incerteza substancial com relação à magnitude dos prêmios de risco especificados pelo CAPM que "implica estimativas imprecisas do custo de capital próprio". O modelo de três fatores do FF aborda essas deficiências. Os autores partiram da premissa de que muito do que ocorre em relação aos preços dos ativos negociados no mercado tem origem não apenas com o comportamento de mercado, que já é medido pelo CAPM, mas também com duas outras variáveis: o tamanho e o *book-to-market* das empresas.

A extensão do modelo CAPM proposta por FF identifica três fatores que impactam os retornos, sendo o primeiro o mercado, como o modelo tradicional já previa, o outro é o SMB (*small minus big*), que considera o prêmio pelo tamanho da firma, consistente com os achados de Banz (1982) e, por fim, o HML (*high minus low*), que consiste na diferença entre das firmas com alto e baixo *book-to-market*. Segundo He e Casey (2018), o HML representa uma *proxy* para possíveis restrições financeiras das firmas.

Fama & French, (1996) dividiram as empresas em 5 grupos nas duas variáveis (tamanho e *book-to-market*). Assim, a regressão que usa os fatores relacionados a ações para capturar o retorno do mercado segue a equação (2):

$$R_i - R_f = \alpha + \beta_1(E(R_m) - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML), \quad (2)$$

onde  $R_i$  e  $R_f$  seguem a mesma definição do CAPM; SMB é o fator que identifica o tamanho e HML o fator de *book-to-market*. Segundo Lucena e Pinto (2009), o modelo FF leva à conclusão de que existe um sério viés de mercado, e que este reforça a tese de que são possíveis estratégias de retornos excessivos através do estudo da assimetria dos retornos das diversas empresas, e assim, explicar de certa forma a ineficiência de alguns mercados.

Diante do sucesso empírico do modelo de três fatores, Carhart, (1997) propôs um modelo de quatro fatores, em que nesse, adiciona-se o que o autor chama de “fator momento mensal”. Nesse interim, Liu, (2006) propôs um novo modelo, que considera a liquidez um importante fator de risco a ser incorporado ao modelo CAPM original – o que ficou conhecido como modelo 2- fatores.

No entanto, ressalta-se aqui o trabalho de Ang et al., (2006) que, assim como Carhart (1997) propuseram a incorporação de um quarto fator ao CAPM de FF, entretanto Ang et al., (2006) incluíram a volatilidade defasada como sendo um fator de risco adicional ao modelo e observaram que consegue captar mais informações de explicação para o retorno. Após esse estudo, Bundoo (2008), Ang et al. (2009), Fu (2009), Baker, Bradley e Wurgler (2011), Bali, Cakici e Whitelaw, (2011), Boguth e Kuehn, (2013), Yao e Mei, (2015), Demir, Fung e Lu, (2016) e Vendrame et al. (2018) incorporaram a volatilidade ao modelo CAPM de três estágios, e conseguiram verificar que há melhora na performance desse para explicar o retorno isso por que, segundo esses estudos, a incorporação da volatilidade fornece um novo beta ao modelo que varia em relação ao tempo, diferente dos demais betas do modelo original.

De maneira simplificada, o modelo proposto por Ang *et al.*, (2006) é descrito pela equação (3):

$$R_i - R_f = \alpha + \beta_1(E(R_m) - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}), \quad (3)$$

onde  $R_i$ ,  $R_f$ , SMB e HML seguem a mesma definição proposta no modelo FF; e  $Vol_{t-1}$  é a volatilidade. Segundo Ang *et al.*, (2006), modelos de risco multifator preveem que a volatilidade agregada deve ser um fator de risco transversal, e assim a volatilidade agregada se torna um novo fator de risco transversal sistemático.

### Modelagem da volatilidade

Para captar a volatilidade, o presente estudo fará uso dos modelos da família GARCH assimétricos. Apesar de os modelos GARCH heteroscedásticos serem considerados entre os melhores disponíveis, existe uma grande perda ao considerar os modelos da primeira classe, isto é, os simétricos, devido ao termo de erro que é elevado ao quadrado.

Seguindo o trabalho de Yamani e Swanson (2014), o presente estudo utilizará o modelo GJR-GARCH porque, segundo os autores, a matriz maleável desse modelo permite captar as diferentes reações da volatilidade como sinal de inovações passadas, fazendo desse modelo aquele que mais se adapta a captar efeitos assimétricos.

O modelo proposto por Glosten et al., (1993), ou seja, o GJR-GARCH, pode ser interpretado como um modelo *Threshold*. O GJR-GARCH é descrito pela equação

$$r_{f,t} = \beta_0 + \varepsilon_{i,t}$$
$$\varepsilon_{i,t} | (\varepsilon_{i,t-1}, \varepsilon_{i,t-2}, \dots) \sim N(0, \sigma_{i,t}^2),$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p [\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-1}^2 I_{(\varepsilon_{t-i} > 0)}] + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (4)$$
$$I_{(\cdot)} = \begin{cases} 1, & \text{se } \varepsilon_{i,t-1} < 0 \\ 0, & \text{em outros casos} \end{cases}$$

Onde  $I_{(\cdot)}$  representa uma função, que apresenta um valor unitário se  $\varepsilon_{t-1} < 0$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, p$  e zero se  $\varepsilon_{t-1} > 0$ ,  $\forall i = 1, 2, \dots, p$ . Iqbal (2016) infere que o retorno positivo contribui para a volatilidade somente através do fator  $\alpha_1 + \alpha_2$  em caso de retorno negativo. Aqui,  $\alpha_2$  é chamado parâmetro assimétrico, um significativo  $\alpha_2 > 0$  indica o efeito alavancagem e se o  $\alpha_2 = 0$ , o modelo GJR (1,1) se reduz a um simples modelo GARCH (1,1).

### Aspectos metodológicos

Com o objetivo de realizar algumas modificações no modelo de multifatores de FF, serão realizados testes econométricos para adição de algumas variáveis heteroscedásticas. Cabe ressaltar aqui que a definição das carteiras será feita exatamente como proposto por Fama & French (1996), isto é, a formação de portfólio por meio de quartis.

A metodologia para a montagem dessas carteiras será resumida a seguir: anualmente, em todo mês de janeiro, são contruídos seis portfólios, formados de acordo com o valor de mercado e índice *book-to-market* (BM) das empresas observadas. Em relação ao fator tamanho (ME), as empresas são divididas em dois grupos (*Small* (S) e *Big* (B)), montados a partir do ranking de valor de mercado do fim de janeiro das empresas. Quanto ao fator B/M, as empresas são divididas em três grupos: *Low* (L) – que contém as

## A volatilidade idiossincrática melhora a explicação dos retornos precificáveis?

---

empresas com o menor índice BM – *Middle (M)* – que contém as empresas com índices medianos de BM – e *High (H)* – que contém as empresas com maiores indicadores BM.

Assim, são construídos seis portfólios, cuja características de cada está descrita na Tabela 1.

**Tabela 1**

Carteiras formadas conforme características ME e BM dos ativos

| <b>Carteira</b> | <b>Formação</b>                | <b>Composição</b>  |
|-----------------|--------------------------------|--|
| S/L             | ( <i>Small ME/ Low BM</i> )    | Ações de empresas com pequeno valor de mercado e pequeno índice BM |
| S/M             | ( <i>Small ME/ Middle BM</i> ) | Ações de empresas com pequeno valor de mercado e médio índice BM   |
| S/H             | ( <i>Small ME/ High BM</i> )   | Ações de empresas com pequeno valor de mercado e grande índice BM  |
| B/L             | ( <i>Big ME/ Low BM</i> )      | Ações de empresas com grande valor de mercado e pequeno índice BM  |
| B/M             | ( <i>Big ME/ Middle BM</i> )   | Ações de empresas com grande valor de mercado e médio índice BM    |
| B/H             | ( <i>Big ME/ High BM</i> )     | Ações de empresas com grande valor de mercado e grande índice BM   |

Fonte: Adaptado de Fama & French (1996)

As carteiras são montadas sempre no início de janeiro e têm vigência de um ano. As ações dos seis portfólios têm seu peso ponderado nas carteiras de acordo com seu valor de mercado, assim como proposto por Fama & French (1993).

### Dados e informações gerais

A formação de carteiras se dará em quartis de *book-to-market* e tamanho. Formaram-se 6 carteiras entre o período de 2007 e 2017. As informações quanto ao número de ações contidas em cada carteira estão expostas na Tabela 2.

## A volatilidade idiossincrática melhora a explicação dos retornos precificáveis?

**Tabela 2**

Número de ações para cada carteira.

|      | <b>S/L</b> | <b>S/M</b> | <b>S/H</b> | <b>B/L</b> | <b>B/M</b> | <b>B/H</b> | <b>Empresas/ano</b> |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------------|
| 2007 | 12         | 20         | 4          | 8          | 25         | 15         | 84                  |
| 2008 | 10         | 18         | 6          | 3          | 22         | 20         | 79                  |
| 2009 | 9          | 18         | 6          | 7          | 24         | 19         | 83                  |
| 2010 | 11         | 21         | 6          | 7          | 26         | 19         | 90                  |
| 2011 | 13         | 21         | 3          | 12         | 29         | 15         | 93                  |
| 2012 | 12         | 18         | 2          | 15         | 26         | 18         | 91                  |
| 2013 | 8          | 21         | 3          | 15         | 30         | 18         | 95                  |
| 2014 | 10         | 20         | 5          | 12         | 25         | 18         | 90                  |
| 2015 | 14         | 13         | 6          | 13         | 22         | 16         | 84                  |
| 2016 | 11         | 21         | 5          | 13         | 24         | 14         | 88                  |
| 2017 | 15         | 17         | 5          | 11         | 24         | 13         | 85                  |

Nota: *L* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; *M* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; *H* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. *S* representa as empresas consideradas pequenas e *B* as empresas grandes.

Os dados contábeis das empresas foram coletados por meio do pacote “GetDFPData” de Perlin, (2018). O período inicial escolhido foi o mês de janeiro de 2007 e o período final o mês de dezembro de 2017. O período inicial foi escolhido após o ano 2006, pois segundo Rayes et al. (2011) o mercado brasileiro teve uma quebra estrutural pelo aumento de liquidez. Foram excluídas empresas que não tiveram dados contábeis completos, assim como aquelas que tiveram dados contábeis negativos, tais como valor de mercado e ativos. Os dados foram inflacionados com base no IPCA/IBGE, com base em dezembro de 2017.

Foram utilizados os preços de fechamento, em reais (R\$), para o cálculo de retorno mensal das ações, seguindo a equação (5)

$$R_{it} = \ln \left( \frac{P_{it}}{P_{it-1}} \right), \quad (5)$$

em que  $P_t$  é o preço de fechamento do ativo  $i$  no mês  $t$  e  $P_{t-1}$  é o preço de fechamento no mês anterior a  $t$ . Os dados de preço de ações foram coletados utilizando o pacote “Quandl”.

### Modelo auto regressivo AR(p)

Os modelos auto-regressivos foram criados com a ideia de que a presente observação da série  $r_t$  pode ser explicada como uma função das  $p$  observações passadas,  $r_{t-1}, r_{t-2} \dots r_{t-p}$ , onde  $p$  determina o número de passos entre as observações passadas e a previsão da próxima observação.

A estrutura auto regressiva geral é expressa por

$$r_t = \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \dots + \phi_p r_{t-p} + a_t. \quad (6)$$

Em que  $\phi_i$  são parâmetros,  $(i, \dots, p)$  são as ordens de defasagem do modelo AR(p), e  $a_t$  é o ruído branco com média zero e variância  $\sigma_a^2$ .

### Teste Ljung-Box

O objetivo da metodologia Box & Jenkins é determinar os componentes que configuram os parâmetros  $p$  do modelo auto regressivo. Inicialmente se deve tornar a série estacionária a partir da construção da diferença logarítmica das séries, conforme a equação (7).

$$I = \log(I_{i-1} - I_i). \quad (7)$$

A seguir, identifica-se os parâmetros  $p$  por meio das funções de auto correlação (FAC) e de auto correlação parcial (FACF) estimadas, e a estimação dos parâmetros  $(\phi_i, i = 1 \dots p)$ . A função de autocorrelação segue a função expressa em (8).

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

Em que  $\gamma_0 = var(Z_t)$ . Para tal, estima-se o número de defasagens (lags) para o modelo auto regressivo.

### Modelo proposto

Neste estudo será utilizado como base o modelo original de FF presente na equação (2). Além do modelo original de três fatores, com base nos estudos de Ang et al. (2006), decidiu-se incluir a volatilidade conforme a equação (9)

$$R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(h_{t-1}^{carteira\ i}), \quad (9)$$

em que  $R_m - R_f$  representa o prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e  $h_{t-1}^{carteira\ i}$  representa a volatilidade defasada de cada carteira  $i$ , ou apenas a volatilidade idiossincrática, a qual atribui-se comportamento que segue o GJR-GARCH. Com esse modelo, espera-se verificar se há algum fator para as oscilações de preço em cada carteira individualmente.

Além da oscilação individual, a proposta é também verificar se a volatilidade do mercado impacta os retornos de cada carteira. Assim, um segundo modelo é proposto, o qual é exposto em (10)

$$R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(h_{t-1}^{MKT}), \quad (10)$$

em que  $R_m - R_f$  representa o prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e  $h_{t-1}^{MKT}$  representa a volatilidade defasada do mercado pelo índice Ibovespa, cujo modelo segue o GJR-GARCH.

## **Resultados Empíricos**

As carteiras – com a formação exposta na Tabela 1 – bem como as variáveis necessárias para a formulação do modelo FF têm suas estatísticas descritivas apresentadas na Tabela 3.

## A volatilidade idiossincrática melhora a explicação dos retornos precificáveis?

**Tabela 3**

Estatísticas Descritivas

|             | Média  | Mediana | Desvio padrão | Assimetria | Curtose* |
|-------------|--------|---------|---------------|------------|----------|
| $R_f$       | 0,005  | 0,005   | 0,001         | -0,030     | -0,415   |
| $R_m$       | 0,004  | 0,004   | 0,064         | -0,556     | 1,907    |
| $R_m - R_f$ | -0,002 | -0,002  | 0,065         | -0,567     | 1,941    |
| SMB         | 0,008  | 0,008   | 0,233         | 1,892      | 13,274   |
| HML         | 0,024  | 0,024   | 0,353         | 1,663      | 12,261   |
| SL          | -0,019 | -0,010  | 0,116         | -1,398     | 17,952   |
| SM          | -0,011 | -0,013  | 0,067         | -0,139     | 1,902    |
| SH          | 0,025  | -0,007  | 0,667         | 1,892      | 14,592   |
| BL          | -0,011 | -0,006  | 0,134         | 0,317      | 32,739   |
| BM          | -0,011 | -0,003  | 0,125         | -0,095     | 9,739    |
| BH          | -0,007 | -0,006  | 0,071         | 0,039      | 3,918    |

Notas: \* Indica o excesso de curtose.  $R_f$  é a rentabilidade livre de risco (caderneta de poupança);  $R_m$  é o retorno do mercado (Ibovespa);  $R_m - R_f$  é considerado como o prêmio pelo risco do CAPM, SMB é considerado como fator *small minus big* e HML considerado como fator *high minus low* (*Book-to-market*). *L* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; *M* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; *H* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. *S* representa as empresas consideradas pequenas e *B* as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de  $R_f$ . O período de análise foi entre os anos 2007 e 2017, com dados de retornos mensais.

Ao fazer a análise das médias, nota-se que o retorno livre de risco tem valor superior ao mercado, fato que pode ser explicado pelo período de análise, em que o mercado brasileiro teve duas crises, 2008 e 2014, o que pode ter impactado os retornos mensais acumulados do Ibovespa. Outro fato a se analisar sobre as médias e que, à exceção da carteira SH, o restante teve retornos médios negativos no período analisado, fato que, de certa forma, explica a razão pela qual a média dos retornos do mercado foram inferiores à taxa livre de risco. Apesar de SH ter tido retorno médio positivo, nota-se que é a carteira com maior desvio padrão da amostra. Com relação à assimetria e curtose, destaca-se o comportamento de  $R_f$ , a qual teve assimetria e curtose negativas, o que mais se aproxima de um comportamento normal – a única da amostra analisada.

Na Tabela 4 são apresentados os resultados do modelo auto regressivo AR ( $p$ ), cujo objetivo é eliminar a dependência auto regressiva nas séries.

## A volatilidade idiossincrática melhora a explicação dos retornos precificáveis?

**Tabela 4**

Definição das *lags* ( $p$ ), a função de auto correlação (FAC) dos resíduos do modelo AR( $p$ ) e critério de informação para o melhor distribuição estatística do modelo do tipo GJRGARCH ( $p, q$ )

|           | SL            | SM            | SH            | BL            | BM            | BH            | Mercado       |
|-----------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| AR( $p$ ) | 2             | 2             | 4             | 2             | 3             | 1             | 1             |
| FAC       | -0,288        | -0,274        | 0,163         | -0,386        | 0,199         | 0,146         | 0,181         |
| P-valor   | 0,003         | 0,003         | 0,000         | 0,000         | 0,001         | 0,089         | 0,036         |
| AIC       |               |               |               |               |               |               |               |
| $N$       | -2,541        | -3,495        | 0,847         | -1,955        | -2,929        | -3,665        | -3,724        |
| $t$       | -3,018        | -3,679        | -0,584        | -3,279        | -3,183        | -3,673        | -3,722        |
| $t_s$     | <b>-3,536</b> | <b>-4,007</b> | <b>-0,949</b> | <b>-3,767</b> | <b>-3,694</b> | <b>-3,950</b> | <b>-4,018</b> |
| $GED$     | -2,970        | -3,610        | -0,123        | -3,210        | -3,137        | -3,660        | -3,957        |
| $GED_s$   | -3,452        | -3,880        | -0,578        | -0,169        | -3,565        | -3,877        | -3,929        |

Notas: A definição das *lags* ( $p$ ) seguiram a definição Box & Jenkins, em que a FAC segue a relação  $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots$ , com até 8 defasagens. O critério de informação utilizado foi o de Akaike (1974) pelo critério de verossimilhança.  $N$  representa a distribuição normal;  $t$  representa a distribuição  $t$ -student;  $t_s$  representa a distribuição  $t$ -student com assimetria;  $GED$  representa a distribuição de erro generalizado;  $GED_s$  representa a distribuição de erro generalizada com assimetria.  $L$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior;  $M$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio;  $H$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior.  $S$  representa as empresas consideradas pequenas e  $B$  as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de  $R_f$ . O Mercado foi considerado como sendo o retorno do Ibovespa. O *Book-to-market* foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos. O período de análise foi entre os anos 2007 e 2017, com dados de retornos mensais.

Com os resíduos livre de auto correlação, estimou-se o modelo GJR-GARCH para todas as carteiras e para o mercado. Fez-se uso do critério Akaike (1974), e o critério de verossimilhança apontou a distribuição estatística do tipo  $t$ -student com assimetria como o que mais se adaptou em todas as séries.

Procedeu-se para a análise dos modelos de precificação, começando com o modelo tradicional de três fatores de Fama & French. Os resultados são expostos na Tabela 5.

## A volatilidade idiossincrática melhora a explicação dos retornos precificáveis?

**Tabela 5**

Modelo Fama & French tradicional

|                | SL                   | SM                   | SH                  | BL                  | BM                  | BH                  |
|----------------|----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| $\alpha$       | -0,007<br>[0,005]    | -0,007*<br>[0,004]   | -0,008<br>[0,011]   | -0,007 [0,010]      | -0,009 [0,010]      | -0,007*<br>[0,004]  |
| $\beta_1$      | 0,730***<br>[0,083]  | 0,599***<br>[0,070]  | 0,485***<br>[0,008] | 0,515***<br>[0,169] | 0,539***<br>[0,163] | 0,760***<br>[0,066] |
| $\beta_2$      | 1,222***<br>[0,074]  | 0,265***<br>[0,063]  | 1,319***<br>[0,164] | -0,043 [0,151]      | -0,008 [0,146]      | -0,140**<br>[0,059] |
| $\beta_3$      | -0,809***<br>[0,048] | -0,184***<br>[0,041] | 1,010***<br>[0,107] | -0,080 [0,099]      | -0,001 [0,096]      | 0,099**<br>[0,039]  |
| R <sup>2</sup> | 0,723                | 0,399                | 0,959               | 0,133               | 0,058               | 0,508               |

Notas: \*\*\*, \*\* e \* indica a significância estatística aos níveis de 1%, 5% e 10% respectivamente. [ ] representa o erro padrão de cada parâmetro. Essa tabela apresenta os coeficientes estimados do modelo Fama & French tradicional, entre os anos de 2007 e 2017 e periodicidade mensal, cuja estrutura se dá por  $R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML)$  em que  $R_m - R_f$  representa o Prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização e HML o prêmio pelo tamanho.  $L$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior;  $M$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio;  $H$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior.  $S$  representa as empresas consideradas pequenas e  $B$  as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de  $R_f$ . O *Book-to-market* foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos.

A começar com a constante  $\alpha$ , observa-se que apenas em duas carteiras e a um nível de 10%, há significância estatística. Cabe ressaltar que, segundo Leite *et al.* (2016), para um modelo de fatores, com fatores que refletem a rentabilidade de portfólios negociáveis, a constante da equação que descreve o modelo serve como um indicador de quão bem especificado está o modelo, à medida que seja diferente de zero e estatisticamente significativo.

Os mesmos autores também mostram que, em caso de falta de especificação do modelo, há sinal de fatores omitidos. Assim, pode-se concluir que o modelo FF tradicional não foi capaz de, com seus três fatores, explicar adequadamente os retornos.

Ademais, cabe ressaltar que os prêmios pelo risco sistemático, em todas as carteiras, foram altamente significativos e positivamente relacionados ao retorno, fato amplamente confirmado na literatura. Além disso, para as empresas pequenas, o prêmio de capitalização foi negativo, e o oposto para as empresas grandes. Analisado o prêmio de tamanho, apenas para as grandes empresas houve relação positiva, fato também confirmado pela literatura.

Com a hipótese de que há fatores omitidos, partiu-se para adição da volatilidade idiossincrática ao modelo tradicional. Os resultados são expostos na Tabela 6.

## A volatilidade idiossincrática melhora a explicação dos retornos precificáveis?

**Tabela 6**

Modelo incorporando a volatilidade idiossincrática

|                | SL                   | SM                    | SH                  | BL                    | BM                   | BH                   |
|----------------|----------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|
| $\alpha$       | 0,144***<br>[0,053]  | 0,469***<br>[0,167]   | -0,008<br>[0,019]   | 2,119***<br>[0,560]   | 0,022<br>[0,016]     | -0,028 [0,048]       |
| $\beta_1$      | 0,743***<br>[0,070]  | 0,585***<br>[0,067]   | 0,481***<br>[0,179] | 0,572***<br>[0,162]   | 0,473***<br>[0,140]  | 0,759***<br>[0,066]  |
| $\beta_2$      | 1,040***<br>[0,068]  | 0,212<br>[0,062]      | 1,196***<br>[0,167] | -0,033 [0,150]        | -0,262**<br>[0,129]  | -0,169***<br>[0,062] |
| $\beta_3$      | -0,688***<br>[0,045] | -0,149***<br>[0,041]  | 1,094***<br>[0,111] | -0,085 [0,099]        | 0,165*<br>[0,085]    | 0,118***<br>[0,041]  |
| $\beta_4$      | -2,540***<br>[0,866] | -10,334***<br>[3,613] | -0,010<br>[0,035]   | -17,845***<br>[4,700] | -0,588***<br>[0,209] | 0,361 [0,869]        |
| R <sup>2</sup> | 0,748                | 0,425                 | 0,960               | 0,215                 | 0,151                | 0,513                |

Notas: \*\*\*, \*\* indica a significância estatística aos níveis de 1%, 5% e 10% respectivamente. [ ] representa o erro padrão de cada parâmetro. Essa tabela apresenta os coeficientes estimados do modelo Fama & French incorporando o fator volatilidade defasada da carteira, entre os anos de 2007 e 2017 e periodicidade mensal, cuja estrutura se dá por  $R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(h_{t-1}^{carteira i})$ , em que  $R_m - R_f$  representa o Prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e  $h_{t-1}^{carteira i}$  representa a volatilidade defasada de cada carteira  $i$ , cujo modelo segue o GJR-GARCH.  $L$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior;  $M$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio;  $H$  representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior.  $S$  representa as empresas consideradas pequenas e  $B$  as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de  $R_f$ . O Market-to-Book foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos.

Com a adição da volatilidade idiossincrática ao modelo, notam-se algumas melhorias: em três carteiras – SL, SM e BL – a constante é estatisticamente significativa e diferente de zero, o que indica uma adequação do modelo; os fatores elencados no modelo FF tradicional ganham significância estatística na maior parte das carteiras, diferente do modelo tradicional antes estimado; o R<sup>2</sup> ajustado aumenta para todas as carteiras, o que indica que a volatilidade é um fator importante para se explicar o retorno.

Assim como os resultados de Ang *et al.* (2006) e Leite *et al.* (2016), observou-se que a volatilidade idiossincrática tem relação negativa (ou não significativa estatisticamente) com o retorno, o que corrobora o efeito “risco x retorno” amplamente discutido na literatura. Com relação aos fatores de FF, a inclusão da volatilidade diminui o valor desses prêmios em todas as carteiras, fato que com o aumento do poder explicativo do modelo exposto pelo R<sup>2</sup>, corrobora a melhoria de especificação do modelo com a inclusão de um fator de risco.

## A volatilidade idiossincrática melhora a explicação dos retornos precificáveis?

Cabe ressaltar que o impacto da volatilidade sobre o retorno é altamente negativo e com maior impacto sobre as empresas com pequenos e médios *book-to-market*. Pelo fato de o *book-to-market* representar uma *proxy* de restrições financeiras, o resultado encontrado parece ser adequado, visto que, para empresas mais restritas, é natural que as oscilações de preços tenham maior impacto sobre seus retornos. Esse fato torna-se mais evidente ao analisar que a volatilidade não possui significância estatística sobre as empresas grandes.

Apesar de notar uma melhora significativa com a adição da volatilidade idiossincrática ao modelo FF, para critérios de robustez, utilizou-se também a volatilidade de mercado para eliminar a hipótese de a volatilidade idiossincrática é definida pelo mercado. Os resultados são expostos na Tabela 7.

**Tabela 7**

Modelo incorporando a volatilidade do mercado

|                | SL                   | SM                   | SH                   | BL                  | BM                  | BH                   |
|----------------|----------------------|----------------------|----------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| $\alpha$       | -0,017 (0,035)       | 0,030<br>[0,033]     | 0,065 [0,065]        | 0,062 [0,082]       | 0,037 [0,069]       | -0,021 [0,032]       |
| $\beta_1$      | 0,725***<br>(0,072)  | 0,595***<br>[0,068]  | 0,477***<br>[0,166]  | 0,511***<br>[0,169] | 0,525***<br>[0,142] | 0,759***<br>[0,066]  |
| $\beta_2$      | 1,101***<br>(0,067)  | 0,213***<br>[0,064]  | 1,191***<br>[0,178]  | -0,074 [0,158]      | -0,253*<br>[0,133]  | -0,166***<br>[0,062] |
| $\beta_3$      | -0,727***<br>(0,044) | -0,148***<br>[0,042] | 1,097***<br>[0,110]  | -0,059 [0,104]      | 0,163* [0,087]      | 0,116***<br>[0,041]  |
| $\beta_4$      | 0,125 (0,704)        | -0,806<br>[0,066]    | -1,567***<br>[1,745] | -1,422 [1,656]      | -1,094 [1,391]      | 0,272 [0,651]        |
| R <sup>2</sup> | 0,731                | 0,394                | 0,961                | 0,130               | 0,105               | 0,513                |

Notas: \*\*\*, \*\* e \* indica a significância estatística aos níveis de 1%, 5% e 10% respectivamente. [ ] representa o erro padrão de cada parâmetro. Essa tabela apresenta os coeficientes estimados do modelo Fama & French incorporando o fator volatilidade defasada da carteira, entre os anos de 2007 e 2017 e periodicidade mensal, cuja estrutura se dá por  $R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(h_{t-1}^{MKT})$ , em que  $R_m - R_f$  representa o Prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e  $h_{t-1}^{MKT}$  representa a volatilidade defasada do mercado, no caso desse estudo o dado pelo índice Ibovespa, cujo modelo segue o GJR-GARCH. *L* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; *M* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; *H* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. *S* representa as empresas consideradas pequenas e *B* as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de  $R_f$ . O *Book-to-market* foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos.

Com a adição da volatilidade de mercado ao modelo, notou-se que há uma pequena melhora em relação ao modelo tradicional de FF, fato que não se repete ao ser comparado ao modelo com adição da

volatilidade idiossincrática. Em nenhuma das carteiras a constante  $\alpha$  foi significativa estatisticamente, o que indica que a volatilidade de mercado não é capaz de se tornar um fator explicativo ao modelo FF tradicional.

Analisando os prêmios, assim como o exposto na Tabela 6, há uma subavaliação de todos os prêmios, mantendo-se os sinais em todas as carteiras. Cabe ressaltar a significância estatística da volatilidade de mercado na carteira SH - em que se encontram as empresas grandes com baixo indicador *book-to-market* – com aumento do poder explicativo do modelo em relação aos expostos nas Tabelas 5 e 6.

Os resultados gerais encontram amparo nos resultados de trabalhos como os de Ang *et al.* (2006), Bali, Cakici, & Whitelaw, (2011), Boguth & Kuehn, (2013), Yao & Mei, (2015), Demir, Fung, & Lu, (2016), Leite *et al.* (2016) e Vendrame *et al.* (2018). Nesses trabalhos, foi possível identificar que o modelo FF tradicional não é capaz de explicar por completo os retornos, além de a volatilidade idiossincrática ser altamente significativa e negativamente relacionada aos retornos.

### Considerações Finais

O objetivo desse trabalho foi de investigar se a volatilidade idiossincrática poderia ter capacidade de aprimorar a explicação dos retornos precificáveis. Para tal, fez-se uso do modelo CAPM de Fama & French e, baseado em trabalhos como os de Ang et al. (2006) e Leite et al. (2016), incluiu-se a volatilidade. A diferença desse trabalho está na inclusão da volatilidade da carteira bem como no cálculo dessa que foi obtida fazendo uso de modelos GARCH assimétricos.

O escopo de estudo foi o mercado brasileiro de capitais, entre o período de 2007 e 2017, o que totalizou uma média de 87 empresas por ano. Fez-se uso da montagem de carteiras proposta por Fama & French (1996), e assim foram propostas 6 carteiras com reclassificação das empresas a cada ano amostral.

Os resultados empíricos mostraram que a inclusão da volatilidade aprimora a explicação do modelo CAPM FF, fato evidenciado pelo sensível acréscimo do  $R^2$  ajustado das regressões. Além disso, notou-se que a volatilidade, quando significativa, teve relação oposta com o retorno. Outro fato relevante foi o fato

de a volatilidade idiossincrática ter tido aprimorar mais a explicação dos retornos do que a volatilidade de mercado, fato também observado pelo acréscimo do  $R^2$  ajustado.

O que o presente estudo foi capaz de verificar é que, mesmo fazendo uso de modelos da família GARCH assimétricos, a risco idiossincrático é relevante na explicação dos retornos do mercado, fato que torna ainda mais robusta a hipótese de relação oposta entre risco e retorno. Além disso, esse fato parece ser mais intensificado nas empresas com menores indicadores *book-to-market* como pode ser visto nas carteiras em que a volatilidade idiossincrática tem maior intensidade estatisticamente significativa, fato que pode ser oriundo das possíveis restrições financeiras dessas firmas.

Outro avanço teórico desse estudo é em relação à volatilidade do mercado, que se mostrou ser menos significativa do que a oscilação de cada carteira, o que indica que as informações da montagem de portfólios parecem ser mais importantes, tanto para *hedge* quanto para maximização de retornos dos investidores, excetuando-se aquelas empresas grandes que possam ter algumas restrições financeiras.

Em linhas gerais, pode-se dizer que a volatilidade idiossincrática é um fator a ser imensamente considerado nos modelos de precificação de ativos, pois acabam por terem uma relação negativa com os retornos, além de diminuírem os prêmios de risco sistemático, de capitalização e de tamanho. Com isso, pode-se dizer que os resultados encontrados sustentam os objetivos do estudo.

As limitações desse trabalho dizem respeito a proposta do modelo, que poderia incluir mais fatores como os propostos por Carhart (1997) e Liu (2006), além de propor alguns controles de co-variância e co-curtose, o que poderia tornar ainda mais robusta a avaliação do relacionamento entre risco e retorno.

### Referências

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723. <https://doi.org/10.1109/TAC.1974.1100705>
- Almeida, L. (2010). *Estimação do CAPM intertemporal com ações da Bovespa*.
- Ang, A., Hodrick, R. J., Xing, Y., & Zhang, X. (2006). The cross-section of volatility and expected returns. *Journal of Finance*, 61(1), 259–299. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2006.00836.x>
- Ang, A., Hodrick, R. J., Xing, Y., & Zhang, X. (2009). High idiosyncratic volatility and low returns:

- International and further U.S. evidence. *Journal of Financial Economics*, 91(1), 1–23.  
<https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2007.12.005>
- Argolo, É., Leal, R., & Almeida, V. (2012). *O modelo de Fama e French é aplicável no Brasil?*
- Baker, M., Bradley, B., & Wurgler, J. (2011). Benchmarks as limits to arbitrage: Understanding the low-volatility anomaly. *Financial Analysts Journal*, 67(1), 40–54. <https://doi.org/10.2469/faj.v67.n1.4>
- Bali, T. G., Cakici, N., & Whitelaw, R. F. (2011). Maxing out: Stocks as lotteries and the cross-section of expected returns. *Journal of Financial Economics*, 99(2), 427–446.  
<https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2010.08.014>
- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 9(1), 3–18. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(81\)90018-0](https://doi.org/10.1016/0304-405X(81)90018-0)
- Blank, F. F., Samanez, C. P., Keshar, T., Baidya, N., Antonio, F., & Aiube, L. (2014). CAPM Condicional : Betas Variantes no Tempo no Mercado Brasileiro. *Revista Brasileira de Finanças*, 12(2), 163–199.
- Boguth, O., & Kuehn, L. A. (2013). Consumption Volatility Risk. *Journal of Finance*, 68(6), 2589–2615.  
<https://doi.org/10.1111/jofi.12058>
- Bortoluzzo, A. B., Venezuela, M. K., Bortoluzzo, M. M., & Nakamura, W. T. (2016). The influence of the 2008 financial crisis on the predictiveness of risky asset pricing models in Brazil. *Revista Contabilidade & Finanças*, 27(72), 408–420. <https://doi.org/10.1590/1808-057X201603220>
- Bundoo, S. K. (2008). An augmented Fama and French three-factor model: New evidence from an emerging stock market. *Applied Economics Letters*, 15(15), 1213–1218.  
<https://doi.org/10.1080/13504850601018049>
- Carhart, M. M. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance, 52(1), 57–82.
- Demir, E., Fung, K. W. T., & Lu, Z. (2016). Capital Asset Pricing Model and Stochastic Volatility: A Case Study of India. *Emerging Markets Finance and Trade*, 52(1), 52–65.  
<https://doi.org/10.1080/1540496X.2015.1062302>
- Fama, Eugene F; & French, K. R. (1992). The Cross-section of Expected Stock Returns.pdf. *The Journal of Finance*.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1996). Multifactor explanations of asset pricing anomalies-Journal of

- Finance. *Journal of Finance*, 51(1), 55–84. Retrieved from papers://22880b5a-c3f7-4a61-9e33-ed4c97fcb3c7/Paper/p48
- Fama, E., & French, K. (1995). Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns. *The Journal of Finance*, 50(1), 131–155. <https://doi.org/10.2307/2329241>
- Fu, F. (2009). Idiosyncratic risk and the cross-section of expected stock returns. *Journal of Financial Economics*, 91(1), 24–37. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2008.02.003>
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On The Relationship Between The Expected Value and The Volatility of The Nominal Excess Returns on Stocks. *Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801.
- He, L. T., & Casey, K. M. (2018). Improvements in forecasting of bank stock excess returns using the investor sentiment endurance index : a comparison with CAPM and Fama-French models, 6(3), 210–224.
- Leite, A. L., Pinto, A. C. F., & Klotzle, M. C. (2016). Effects of Idiosyncratic Volatility in Asset Pricing. *Revista Contabilidade & Finanças*, 27(70), 98–112. <https://doi.org/10.1590/1808-057x201501940>
- Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13. <https://doi.org/10.2307/1924119>
- Liu, W. (2006). A liquidity-augmented capital asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 82(3), 631–671. <https://doi.org/10.1016/j.jfineco.2005.10.001>
- Lucena, P., & Pinto, A. C. (2009). M p r a. *Revista Eletrônica de Curitiba*, 2(3).
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- Perlin, M. (2018). *Package ‘GetDFPData .’*
- Rayes, A. C., Araújo, G., & Barbedo, C. (2011). French Ainda Explica Os Retornos No Mercado Acionário Brasileiro ? *Revista Alcance*, 19(01), 52–61.
- Reinganum, M. R. (1983). The anomalous stock market behavior of small firms in January. *Journal of Financial Economics*, 12(1), 89–104. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(83\)90029-6](https://doi.org/10.1016/0304-405X(83)90029-6)
- Rogers, P., & Securato, J. R. (2009). Estudo Comparativo no Mercado Brasileiro do Capital Asset Pricing

Model (CAPM), Modelo 3- 3 - Fatores de Fama e French e Reward Beta Approach. *RAC Eletrônica*, 3(1), 159–179.

Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442. <https://doi.org/10.2307/2329297>

Vendrame, V., Guermat, C., & Tucker, J. (2018). *A conditional regime switching CAPM*. *International Review of Financial Analysis* (Vol. 56). Elsevier Inc. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2017.12.001>

Yamani, E. A., & Swanson, P. E. (2014). Financial crises and the global value premium: Revisiting Fama and French. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 33(1), 115–136. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2014.07.012>

Yao, W., & Mei, B. (2015). Assessing forestry-related assets with the intertemporal capital asset pricing model. *Forest Policy and Economics*, 50, 192–199. <https://doi.org/10.1016/j.forpol.2014.06.006>

Zoratto, M., & Sanvicente, A. (2015). Relevância de Prêmio por Risco País no Custo de Capital das Empresas Relevance of Country Risk Premium in Cost of Equity Estimation. *Edição Especial*, 19(3), 38–52. <https://doi.org/10.1590/1982-7849rac2015140097>

*Submetido:27/09/2018*

*Aceito:15/03/2021*